

УДК 546.04

**К РАЗВИТИЮ ТЕОРИИ МЕЛКОМАСШТАБНОЙ ТУРБУЛЕНТНОСТИ
А.Н.КОЛМОГороВА В УСЛОВИЯХ ПЕРЕМЕЖАЕМОСТИ****Ю.В. Нужнов**

Институт проблем горения МОН РК, nuzhnov@mail.ru

Аннотация

В данной работе представлен начальный этап развития теории мелкомасштабной структуры турбулентности А.Н.Колмогорова в инерционной области волновых чисел. Отличительной особенностью теории является учет эффектов внешней и внутренней перемежаемости. Разрабатываемая теория основывается на новых дополнительных гипотезах, учитывающих статистический характер "универсальных коэффициентов". При этом предложен простой метод определения коэффициента внутренней перемежаемости и коэффициента дробления вихрей.

Ключевые слова: турбулентность, перемежаемость, горения

Введение

В связи с фундаментальным характером теории мелкомасштабной турбулентности и, в частности, принимая во внимание, что мелкомасштабные флуктуации динамических и скалярных полей турбулентного течения определяют (через посредство скалярной диссипации) условия химического реагирования в турбулентном пламени – дальнейшее развитие этой теории представляется особенно важной задачей.

Наиболее важные и принципиальные результаты в изучении мелкомасштабной турбулентности были получены А.Н.Колмогоровым (1941, 1962) – создателем целостной теории локально изотропной турбулентности. А.Н.Колмогоров существенно дополнил представление о каскадном процессе передачи энергии, отметив ослабление ориентирующего влияния среднего течения при каждом переходе к более мелким структурам. Исходя из этого, была сформулирована гипотеза о том, что при больших числах Рейнольдса мелкомасштабная структура турбулентности является локально изотропной и универсальной.

В работах Колмогорова [1] и Обухова [2] были заложены основы (базис) теории мелкомасштабной локально-изотропной турбулентности в инерционной области волновых чисел. Однако, как выясняется [3-5] и др., коэффициенты в этой теории на самом деле таковыми не являются, и что без привлечения эффектов перемежаемости в этой теории не обойтись. Дру-

гими словами, теория мелкомасштабной турбулентности требует своего дальнейшего развития в условиях эффектов перемежаемости. В особенности, это относится к учету внутренней перемежаемости. Результаты работ [6-8] и др. говорят о продолжающихся поисках путей усовершенствования теории мелкомасштабной турбулентности. Так, в работе [9], представлен подход к описанию не только изотропной, но и слабо анизотропной мелкомасштабной турбулентности. Существуют и другие подходы, на которых, однако, нам останавливаться не имеет смысла, поскольку мы будем пользоваться только подходом Колмогорова. В этой связи остановимся на результатах исследований, основанных на подходе Колмогорова. Подробный анализ к описанию мелкомасштабной турбулентности по Колмогорову содержатся, например, в работах [10,11].

Цель нашей задачи – развить теорию мелкомасштабной структуры турбулентности в условиях внешней и внутренней перемежаемости, основываясь на теоретических представлениях А.Н.Колмогорова, А.М.Обухова и В.Р.Кузнецова, выявить зависимость универсальных "постоянных", входящих в закон «двух третей» и в выражение для корреляции диссипации энергии, от величины коэффициентов внешней и внутренней перемежаемости, и проверить справедливость полученных выражений для "универсальных постоянных" путем сопоставления наших расчетов с имеющимися опытными данными.

Для достижения поставленной цели привлекается математический аппарат [12,13] для описания статистических характеристик перемежающихся турбулентных течений.

1. Основные гипотезы

Хорошо известно, что в обобщенной области пространства турбулентного течения Ω имеются две области: Ω_t с турбулентной, и Ω_n с нетурбулентной жидкостью, т.е. $\Omega = \Omega_t + \Omega_n$. Течение в этих областях обладает различной гидродинамикой. Вероятность наблюдения турбулентной жидкости в данной точке пространства Ω определяется коэффициентом внешней перемежаемости γ . В свою очередь, в области турбулентной жидкости Ω_t имеются две подобласти вязкой диссипации $\Omega_{t\varepsilon 1}$ и $\Omega_{t\varepsilon 0}$, вероятность наблюдения которых в данной точке пространства Ω_t определяется коэффициентом внутренней перемежаемости $\gamma_{t\varepsilon}$. Известно так же, что характерными параметрами в инерционной области волновых чисел помимо $r = x^{(2)} - x^{(1)}$ являются параметры: $\langle \varepsilon \rangle$ и L для области Ω ; $\langle \varepsilon \rangle_{t\varepsilon 1}$ и L_{ε} для области $\Omega_{t\varepsilon 1}$.

Как выясняется, теорию мелкомасштабной турбулентности в инерционной области волновых чисел следует строить в условиях перемежаемости поля диссипации турбулентной энергии, т.е. учитывать эффекты не только внешней, но и внутренней перемежаемости. Для построения такой теории выдвинем следующие гипотезы.

Гипотеза 1. Все параметры ("коэффициенты"), входящие в теорию мелкомасштабной турбулентности, являются статистическими. К примеру, коэффициент дробления вихрей выражается в виде

$$\langle \mu \rangle = \gamma \langle \mu \rangle_t + (1 - \gamma) \langle \mu \rangle_n \quad (1)$$

Аналогично представляются статистические значения диссипации:

$$\langle \varepsilon \rangle = \gamma \langle \varepsilon \rangle_t + (1 - \gamma) \langle \varepsilon \rangle_n \approx \gamma \langle \varepsilon \rangle_t \quad (2)$$

$$\langle \varepsilon \rangle_t = \gamma_{t\varepsilon} \langle \varepsilon \rangle_{t\varepsilon 1} + (1 - \gamma_{t\varepsilon}) \langle \varepsilon \rangle_{t\varepsilon 0} \approx \gamma_{t\varepsilon} \langle \varepsilon \rangle_{t\varepsilon 1} \quad (3)$$

Гипотеза 2. Область диссипации турбулентной энергии $\Omega_{t\varepsilon 1}$ характеризуется двумя параметрами - расстоянием между двумя точками $r = x^{(2)} - x^{(1)}$ и интегральным масштабом диссипации L_{ε} . Принимается справедливой гипотеза подобия

$$\langle \varepsilon_r^n \rangle_{t\varepsilon 1} = C'_{t\varepsilon 1} \langle \varepsilon \rangle_{t\varepsilon 1}^n \left(\frac{r}{L} \right)^{-\langle \mu \rangle_{t\varepsilon 1} n(n-1)/2} \quad (4)$$

Гипотеза 3. Коэффициент дробления

вихрей в турбулентной среде принимается постоянным, т.е.

$$\langle \mu \rangle_t = \gamma_{t\varepsilon} \langle \mu \rangle_{t\varepsilon 1} + (1 - \gamma_{t\varepsilon}) \langle \mu \rangle_{t\varepsilon 0} = Const \quad (5)$$

Это означает, что

$$\langle \mu \rangle_t = \langle \mu \rangle_{t\varepsilon 1} = \langle \mu \rangle_{t\varepsilon 0} \quad (6)$$

2. Моделирование коэффициентов перемежаемости

Коэффициент внешней перемежаемости может быть смоделирован по методу, предложенному в работе [13]. Суть этого метода заключается в использовании статистического соотношения

$$\gamma = \frac{\langle \varepsilon \rangle}{\langle \varepsilon \rangle_t} \quad (7)$$

Как видно, такой способ требует расчета диссипации турбулентной энергии как в турбулентной ($\langle \varepsilon \rangle_t$), так и в обобщенных областях течения ($\langle \varepsilon \rangle$).

Что касается моделирования коэффициента внутренней перемежаемости, то его значение согласно (3)

$$\gamma_{t\varepsilon} \approx \frac{\langle \varepsilon \rangle_t}{\langle \varepsilon \rangle_{t\varepsilon 1}} \quad (8)$$

и требует определения величины $\langle \varepsilon \rangle_{t\varepsilon 1}$, которая в известных нам работах по турбулентности ранее не встречалась.

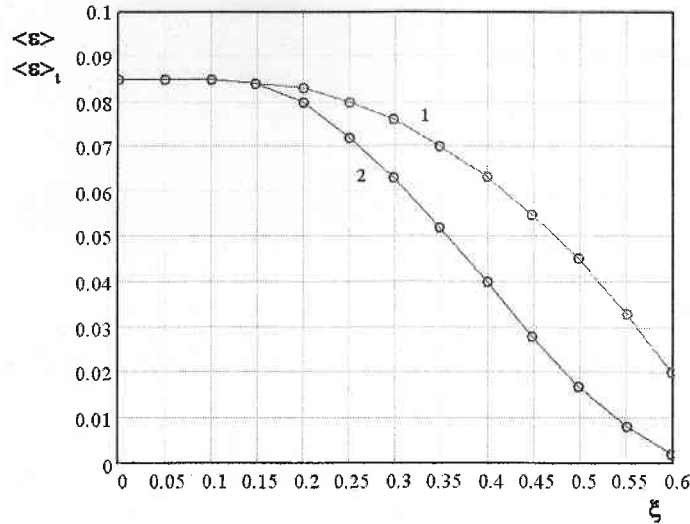
В то же время для указанных коэффициентов перемежаемости есть более простой, приближенный метод расчета, основанный на экспериментальных данных для значений диссипации, который мы и рассмотрим.

3. Расчет коэффициентов перемежаемости

Для определения коэффициентов внешней и внутренней перемежаемости воспользуемся известными опытными данными Таунсенда для диссипации турбулентной энергии.

Отсюда по формуле (7) легко определяется коэффициент внешней перемежаемости.

Для определения коэффициента внутренней перемежаемости поступим так. Заметим, что согласно рисунку 1 в центральных областях следа ($\xi \leq 0.15$) наблюдается только турбулентная жидкость, так что в этой области $\gamma = 1$.



1 - $\langle \epsilon \rangle_t$ - условное и 2 - $\langle \epsilon \rangle$ - безусловное, безразмерное среднее величины диссипации;
 ξ - безразмерная координата; значки - опытные данные [14].
 Подробные обозначения безразмерных величин на этом рисунке см., например, [3]

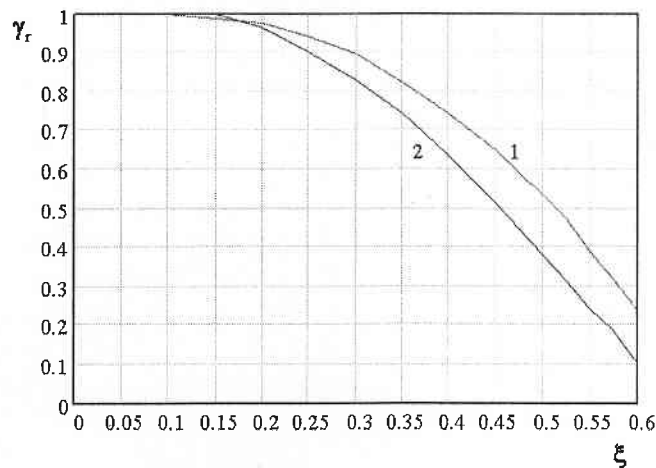
Рис.1 -- Скорость диссипации турбулентной энергии в следе за круговым цилиндром

Предположим, что в указанной области коэффициенты внутренней и внешней перемежаемости совпадают и равняются единице,
 $\gamma = \gamma_{t\epsilon} = 1$ (9)

$$\gamma_{t\epsilon} = \frac{\langle \epsilon \rangle_t}{0.085} \quad (10)$$

Соответствующий расчет распределения коэффициентов внутренней и внешней перемежаемости представлен на рисунке 2.

Отсюда для всей области течения получаем



1 - $\gamma_r = \gamma_{t\epsilon}$ - коэффициент внутренней,
 2 - $\gamma_r = \gamma$ - внешней перемежаемости

Рис. 2 – Расчет коэффициентов внутренней и внешней перемежаемости

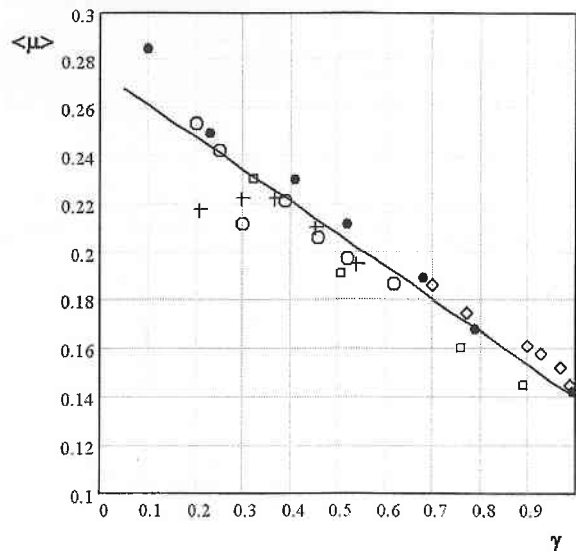
4. Выражение для коэффициента дробления вихрей в турбулентной и диссипативной среде в зависимости от коэффициентов перемежаемости

Для частично усредненной величины диссипации справедливо статистическое соотношение

$$\langle \epsilon_r^n \rangle \cong \langle \epsilon \rangle^n \left(\frac{r}{L} \right)^{-\langle \mu \rangle n(n-1)/2} \quad (11)$$

Здесь, в отличие от известных теорий, коэффициент дробления вихрей $\langle \mu \rangle$ определяется статистической зависимостью (1). Полу-

ченное соотношение для коэффициента дробления вихрей (1) хорошо согласуется с опытными данными [3], рисунок 3.



$\langle \mu \rangle$ - коэффициент дробления;
сплошная кривая - расчет, значки - опытные данные [3]

Рис. 3 – Распределение значений коэффициента дробления вихрей

Уместно заметить, что здесь сама турбулентная среда содержит перемежающее поле диссипации турбулентной энергии с коэффициентом внутренней перемежаемости $\gamma_{\text{в}}$ при соответствующих коэффициентах дробления вихрей $\langle \mu \rangle_{\text{т}\varepsilon 1}$ и $\langle \mu \rangle_{\text{т}\varepsilon 2}$.

Заключение

Теория мелкомасштабной структуры турбулентности, развиваемая в данной работе с учетом эффектов внешней и внутренней перемежаемости, выполняется на основе строгого математического аппарата.

Эта теория основывается на новых дополнительных гипотезах, учитывающих как статистический характер "коэффициентов" теории Колмогорова, так и влияние внутренней перемежаемости в моделировании процессов турбулентности в диссипативной среде течения. При этом предложен простой метод определения коэффициента внутренней перемежаемости, основанный на экспериментальных данных для поля диссипации в обобщенной и турбулентной областях турбулентного течения.

Полученные выражения основных зако-

нов мелкомасштабной турбулентности явно зависят от величины коэффициентов перемежаемости. Коэффициенты пропорциональности, входящие в уточненные выражения законов, соответствуют турбулентной среде и являются универсальными вне зависимости от типа турбулентного течения.

Литература

1. Kolmogorov A.N. A refinement of previous hypotheses concerning the local structures of turbulence in a viscous incompressible fluid at high Reynolds numbers// J. Fluid Mech. 1962. Vol.13. No1. P.82-85.
2. Obukhov A.M. Some specific features of atmospheric turbulence//J. Fluid Mech. 1962. Vol.13. No1. P.77-81.
3. Kuznetsov, V.R. & Sabel'nikov, V.A. Turbulence and Combustion. Moscow: Nauka. (English Transl. Hemisphere, 1990. -362P.)
4. Нужнов Ю.В., Устименко Б.П. Диффузионное горение турбулентных потоков. - Алма-Ата: Наука, 1993.- 300 с.
5. Chekhlov A., Orszag S.A., etc. The Effect of Small-Scale Forcing on Large-Scale Structures in Two-Dimensional Flows// Physica D.

1996.98.P.321-334.

6. Балонишников А.М. Упрощенное описание мелкомасштабной турбулентности //Журнал технической физики. -2003. -Том 73. №11. – С.47-52.

7. Зори А.А., Савкова Е.О. Статистический анализ характеристик мелкомасштабной турбулентности //Научные труды ДонНТУ, №129. – С.90-96.

8. Канцырев Б.Л. Влияние учета мелкомасштабных возмущений несущей фазы на свойства системы уравнений двухжидкостного потока с несжимаемыми фазами //Прикладная механика и техническая физика. -2004. -Том 45, №1. –С.39-45.

9. Симоненко С.В. Неравновесная статистическая термогидродинамика. Обоснование теории мелкомасштабной турбулентности и теории допусков: Монография. - Владивосток: Владивостокский государственный университет рыбного и морского промысла. -2009. -120 с.

14. Townsend A.A. The Structure of Turbulent Shear Flow. Cambridge Univ. Press. 1956.-420P. (Russ)

сток: Изд-во ТГЭУ, 2006. -336 с.

10. Монин А.С. и Яглом А.М. Статистическая гидродинамика. Гидрометеоздат, - Том 2. 1996. -742 с.

11. Frisch U. Turbulence. The Legacy of A.N. Kolmogorov. Cambridge: Cambridge University Press, 1995. 648 p.

12. Nuzhnov Yu.V. Conditional Averaging of the Navier-Stokes Equations and a New Approach to Modelling Intermittent Turbulent Flows//J. Fluid Dynamics. 1997. Vol..32. No.4. P.489-494. (January, 1998. ISSN 0015-4628. Cons. Bur., New York).

13. Nuzhnov Yu.V. Method of the "autonomous" modeling of turbulent flows under intermittency conditions. Part 1- Problem formulation// Вестник КазНУ, спец. выпуск. Серия: математика, механика, информатика.-2009.- №1 (60). 87-91С. (Russ)

Дата поступления 12 августа 2012 г.

FOR DEVELOPING FINE-SCALE STRUCTURE THEORY OF A.N. KOLMOGOROV'S TURBULENCE UNDER CONDITION INTERMITTENCY

Yu.V. Nuzhnov

Institute of combustion problems, nuzhnov@mail.ru

Abstract

This paper presents an initial stage for developing fine-scale structure theory of A.N. Kolmogorov's turbulence in the inertial wave numbers range. A distinctive feature of the theory is the consideration of the effects of external and internal intermittency. The developed theory is based on new, additional hypotheses, taking into account the statistical nature of the "universal coefficients". In this case, a simple method of determining the coefficient of internal intermittency and the breakdown coefficient of eddy was presented.

ОРЫН АЛМАСУ ЖАҒДАЙЫНДАҒЫ А.Н. КОЛМОГОРОВТЫҢ ҰСАҚ КӨЛЕМДІ ТУРБУЛЕНТТІЛІГІНІҢ ТЕОРИЯСЫН ДАМЫТУ

Ю.В. Нужнов

Аннотация

Жұмыста екпінді ортадағы толқын сандарының А.Н.Колмогоровтың турбуленттілігінің ұсақ көлемді құрылымы теориясын дамытудың бастапқы этаптары көрсетілген. Теорияның ерекше өзгешелігі ішкі және сыртқы айналулар эффектілерін есепке алу болып табылады. Өңделіп отырған теория қосымша жаңа гипотезаларға, яғни «әмбебап коэффициенттер» статикалық сипаттамасына негізделеді. Сонымен бірге, ұнтақтау коэффициенті мен ішкі алмасу коэффициенттерін анықтаудың қарапайым әдістері келтірілген.