

Математические модели активной зоны ториевого реактора

А.А. Калыбай¹, Б. Курбанова¹, З.А. Мансуров², А. Хасанейн³, Ж. Алсар^{1,4}, З. Инсепов^{1,3*}

¹Nazarbayev University Research and Innovation System (NURIS), Назарбаев Университет,
пр. Кабанбай батыра, 53, Астана, Казахстан

²Институт проблем горения, ул. Богенбай батыра, 172, Алматы, Казахстан

³Школа ядерной инженерии, Purdue University, West Lafayette, IN, США

⁴Нанокompозит ЛТД, пр. Улы Дала, д. 54, Астана, Казахстан

АННОТАЦИЯ

В последнее десятилетие наблюдается экспрессивный интерес к использованию тория в качестве альтернативного топлива для ядерных реакторов. Минимально эффективный способ использования тория – добавление небольших количеств оксида тория (ThO_2) к обычному оксидному топливу на основе урана. Более сложный, но более выгодный способ использования оксида тория – в системах на быстрых нейтронах со специальной конфигурацией активных зон и фертильным слоем вокруг них. При необходимости некоторого увеличения коэффициента воспроизводства может быть использовано нитридное или карбидное топливо вместо оксидного. Для развития этой области необходимо проведение дополнительных исследований по описанию основных свойств, моделированию и расчету различных подобных систем, а также разработке технологических методов и оборудования.

Ключевые слова: торий, ториевый ядерный реактор, субкритический ядерный реактор, теоретические расчетные модели

1. Введение

Теоретические и экспериментальные исследования ториевых реакторов необходимы по многим направлениям: физические свойства тория (Th) и оксида урана (UO), а также их сплавов с оксидом плутония (PuO) – Pu-Th-Zr, Am-Th, Th-актиниды-Zr; поведение UO, особенно механизмы превращений; состав и свойства нейтронно-физических, теплогидравлических и химических сеток; процессы нейтронно-физического возбуждения в стационарных и переходных условиях облучения; процессы образования и взаимодействия пузырьков газа деления, радиационных дефектов и включений из топлива; гидродинамика топлива при нормальной эксплуатации и переходных режимах; теплофизические свойства материалов тепловыделяющих элементов; и многие другие сопутствующие проблемы [1].

Использование тория для производства энергии было признано еще в середине XX века и первый жидкосолевой реактор мощностью 7,4 МВт был создан в 60-е годы в США в Ок-Риджской национальной лаборатории. Однако проект был закрыт через 5 лет из-за низкого коммерческого потенциала, действующих ториевых реакторов пока не существует.

Испанская проектно-конструкторская компания Empresarios Agrupados совместно с американской энергетической компанией ThorCon в 2023 году заявили о строительстве в Индонезии плавающей АЭС с двумя 500-мегаваттными жидкосолевыми ториевыми реакторами. В проекте будут использованы разработки американской энергетической компании ThorCon, со стороны компании Empresarios Agrupados будут задействованы более 1200 инженеров. Предполагается, что АЭС будет построена в 2030 году (рис. 1) [2].

Опытный жидкосолевой ториевый реактор мощностью 2 МВт тепловой энергии (а электрической еще меньше) начали строить в 2021 году

*Ответственный автор

E-mail: zinsepov@purdue.edu

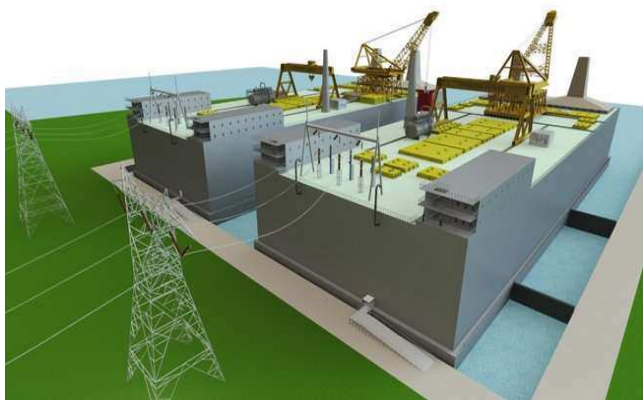


Рис. 1. Макет плавучей АЭС в Индонезии.

в Китае в городском округе Увэй (провинция Ганьсу) на окраине пустыни Гоби. При успешной эксплуатации технологии на следующем этапе в Китае к 2030 году построят ториевый реактор мощностью 373 МВт [3].

В 2022 году руководство стартапа Flibe Energy из США сообщило о готовом проекте ториевого солевого реактора (рис. 2).

Стартап Transmutex из Швейцарии обещает к началу 2030-х годов представить полноценный коммерчески успешный ториевый реактор [4].

Несмотря на то что активная зона ториевого реактора имеет достаточно сложную трехмерную геометрию, разработка математической модели активной зоны позволяет существенно повысить надежность процесса математического моделирования при проектировании реакторов этого типа.

Помимо задачи моделирования активной зоны, в работе также рассматривается построение граничных условий на границах математических моделей активной зоны для границ неактивных зон ториевых реакторов, когда в основе математической модели лежит штифтовая ячейка [5-7].



Рис. 2. Макет ториевого солевого реактора стартапа Flibe Energy.

Настоящее исследование включает в себя обзор разработок комплекса вычислительных моделей ключевых процессов работы ториевого реактора, а также модель активной зоны реактора и математическую модель механических свойств топливных элементов. Модели проверяются сравнением с имеющимися экспериментальными данными. Модель активной зоны используется для расчета k -эффективности и анализа работы быстрого реактора в начале эксплуатации, когда топливо заполнено лишь частично, а его параметры представлены как входные в иерархии моделей для ядерных, тепловых и гидродинамических расчетов активной зоны. Сложности, связанные с исследованиями быстрых реакторов, затрудняют получение экспериментальных данных, необходимых для моделирования, валидации, верификации или понимания физических процессов, происходящих в активной зоне. Поэтому для этих целей широко используются компьютерные средства и программы, основанные на математических моделях процессов, происходящих в активной зоне [8-10].

1.1 Основы ториевых реакторов

За последние годы значительно возрос интерес к ториевым реакторам, которые могли бы использовать энергию имеющегося в мире в изобилии, недорогого и фертильного ториевого топлива. Постоянно растущий интерес к ядерным энергетическим системам на основе тория обусловлен наличием специфических недостатков, всегда сопровождающих обогащенное уран-плутониевое ядерное топливо, сопутствующих широкому использованию водоохлаждаемых реакторов с графитовым замедлителем.

Прежде всего, основными недостатками этих систем являются малый энергетический барьер и появление значительного количества долгоживущих изотопов, не подверженных делению и усложняющих хранение, транспортировку, переработку и окончательное захоронение отработавшего ядерного топлива. Эти нежелательные свойства традиционного ядерного топлива определяются его сильными и анизотропными отклонениями от общих закономерностей поведения сечения-рассеяния. В рамках современной теории активной зоны ториевых реакторов эти особо трудногораемые изотопы выделяются из разных затравок и испытывают совершенно различные вероятности захвата падающих нейтронов с одинаковой кинетической энергией, что делает их размножение совершенно несхожим.

Между тем, теоретически можно объяснить ограничения на максимальную эволюционную массу и энергию кристаллов с помощью высокотемпературного сверхлегкого жидкого теплоносителя. Эти ограничения накладываются на практически совершенные системы, состоящие из кристаллоподобного идеального объема, упакованного в правильную решетку. Преимущество такого совершенного кристаллического объема заключается в равном количестве эффективных сферических резонансных узлов захвата около каждого рассеивающего сферического узла нейтронов при максимальном заполнении фронта реакционного пламени, что сразу превращает его в критический и С-симметричный [11,12].

1.1.1 Основные принципы ториевых реакторов

В ядерном контексте тепловой нейтрон представляет собой основной источник энергии среди многих существующих. Для получения тепловых нейтронов необходимо уменьшить энергию быстрых или промежуточных нейтронов, чтобы они могли возбудить атомные уровни в поглотителях. Например, углерод-12 снижает энергию теплового нейтрона с 13,7 МэВ до 0,025 эВ. Для достижения некоторыми поглотителями основного состояния необходимо минимальную энергию довести до уровня энергии гамма-излучения. В большинстве случаев это достигается за счет замедления нейтрона с помощью среды, богатой водородом. Логическим следствием замедления нейтрона является то, что испытательные реакторы могут работать как на тяжелой воде, так и на легководных реакторах. В случае тяжеловодных реакторов количество присутствующего дейтерия должно обеспечивать правильное преобладание тяжелой части коэффициента замедления. Предполагается, что энергия тепловых нейтронов того же порядка, т.е. 0,025 эВ.

Это значение должно быть рассчитано с учетом влияния нейтринного газа, который имеет низкую обменную энергию за столкновение. В настоящей работе принято, что число нейтринных газовых столкновений $\nu = 1/3$, в то время как, например, $\nu = 5/6$ р, где р – нейтрон, что дает значение скорости в замедляющей среде. В ториевом реакторе графит или графитоподобные атомы также играют роль замедлителя, замедляя нейтроны, тем самым допуская только реакции деления в ядрах ^{233}U . Выделение атомной энергии при проточной калориметрии измеряет так называемое «сложное вещество» замедлителя, которое необходимо сравнивать с водой, используемой в

качестве замедлителя, для высвобождения энергии выделения из типичной массы замедлителя. Подготовка возможной сложности инновационных моделей компактного фактора была целью, которую необходимо было достичь путем моделирования и лабораторных исследований [13, 14].

1.1.2 Сравнение с урановыми реакторами

В многоцелевых ториевых исследовательских реакторах, расположенных в исследовательских центрах, все виды экспериментальных исследований, таких как рассеяние нейтронов и гамма-излучения, трансмутация, активация и т.д., могут быть выполнены с относительной легкостью. Первые ториевые реакторы для выработки электроэнергии представляли собой конструкцию Brick с галечным слоем, в которой в качестве замедлителя использовали графит, а в качестве теплоносителя – гелий.

Ториевые реакторы во многих эксплуатационных аспектах аналогичны урановым реакторам. Основной долгосрочной целью их работы может стать производство нового типа топлива для быстрых размножителей тория. Торий оказался отличным размножителем в тяжеловодных и тяжеловодно-графитовых реакторах, которые работали со значительно меньшим расходом урана по сравнению с легководными реакторами.

Активная зона ториевого реактора-размножителя состоит из двух частей. Первая часть представляет собой выгорающий слой, в котором содержится большое количество фертильного материала, такого как торий. Вторая часть – графитовая активная зона, в которой установлены ТВЭЛы, содержащие ^{233}U . Предлагаются две основные конструкции активной зоны ториевого реактора – сплошная и кольцевая. При добавлении ^{233}U к системе, содержащей U-232/230 , мгновенных нейтронов не возникало. Из-за этого цепная реакция не может поддерживаться самостоятельно, а наименьшая критическая масса для ^{233}U составляет около 5 кг. Критическая масса Th составляет около 99 кг. Th можно использовать в качестве воспроизводящего топлива в конструкции реактора-размножителя [15-17].

2. Активная зона в ториевых реакторах

2.1 Модели 1-го и 2-го классов в ториевых реакторах

Для расчета ториевого реактора характерны две различные математические модели. В первой модели рассматривается только замедление бы-

стрых нейтронов, а набор ядерных реакций сводится к 1-му классу. Подобный способ нахождения парциальных характеристик реактора обычно называют математической моделью 1-го класса. Второй подход исключает матричную принадлежность топливного состава и учитывает взаимодействие различных типов топливных изотопов. При расчете данную математическую модель называют моделью 2-го класса [18, 19].

Модель 1 класса. При расчетах задачи прямого замещения нейтронов часто используют простой метод. Для этой цели создан и широко применяется комплексный метод. Он способен заменить геометрическую структуру ядерного нагревателя в процессах выгорания. По этой причине используются специальные коды как часть сложного кода. Выводы, сделанные после расчета большого количества ядерных объектов, позволяют дать некоторые рекомендации. Основная суть этих рекомендаций видится в последовательно запоминаемом распределении энергичных нейтронов внутри активной зоны ториевого ядерного реактора. Данное условие приемлемо для нахождения коэффициентов реактивности как в эксплуатационном цикле, так и в условиях подкритичности. Следовательно, несоответствия между распределениями быстрых и тепловых нейтронов могут иметь существенное значение при такого рода расчетах. Анализ ошибок показывает, что для повышения точности расчетов необходима математическая модель типа 1-го класса. Модель должна учитывать взаимодействие между различными изотопами ядерного топлива, которые одновременно учитывались бы в расчетах. Затем модель 2-го класса способна рассчитать некоторые параметры ториевого реактора [20-22].

2.2 Компоненты и функции

Активная зона ториевого реактора содержит топливные сборки, находящиеся в равновесном или существенно управляемом режиме использования. Предполагается, что новые топливные сборки (ТВЭЛ) загружаются в реактор после удаления 30% первоначальной загрузки ^{235}U . Охлаждение новых ТВЭЛ отражается на эмпирическом изменении реактивности реактора. Входы и выходы модели можно принять в следующем виде. Входными данными являются регулирующие стержни, главные насосы охлаждающей жидкости и две переменные тепловые нагрузки, такие как предохранительный клапан или регуляторы подачи пара. Основными выходными данными модели являются средняя температура топлива,

температура теплоносителя при средней температуре топлива, давление в контуре первичного охладителя и удельная загрузка ТВЭЛ нейтронами. Выходные сигналы могут быть использованы при расчетах экологических параметров реактора и при разработке системных средств визуализации результатов работы реактора [23].

Активная зона реактора охлаждается движением теплоносителя через сборочную конструкцию из труб и ТВЭЛов. Погранично часть энергии топлива передается частицам теплоносителя основных характеристик. Модель «ТВЭЛ-холодная процедура» представляет собой зависимость изменения основных характеристик теплоносителя реактора от удельной загрузки топлива. Эта модель основана на методе энергетического баланса группы частиц с энергией возобновления движения на линии системы. Энергия частиц обусловлена движением этих же частиц с массовым потоком теплоносителя реактора по трубам тепловыделяющей сборки (ТВС). Основные характеристики теплоносителя передаются главным конструкторам в виде теплоотода с частью постоянных параметров установки. Эти расчеты были скорректированы с учетом условий работы при начальной загрузке топлива. Средняя температура топлива была ограничена [24].

2.3 Нейтроника и термический анализ

Задачи проникновения и энерговыделения нейтронных поглотителей в активную зону теплового ядерного реактора, а также задачи управления и защиты решаются при помощи диффузионного кинетического уравнения в двухгрупповом приближении. Эти задачи призваны обеспечить безопасную эксплуатацию реактора и не допустить достижения возрастанием нейтронного потока Вигнеровской энергии уровня, приводящего к развитию опасного состояния реактора.

С математической точки зрения решение всех этих задач требует использования теории нелинейных параболических систем с простыми характеристиками. Ряд конкретных вопросов, связанных с контролем и защитой, как для ториевых, так и для урановых реакторов уже используется, используя этот подход в литературе [25-27]. В рассматриваемом случае решение качественно аналогично решению задачи о проникновении CO_2 в реактор.

Выделение энергии управления и защиты приводит к появлению в реакторе локального или нелокального источника тепловой энергии. Химическая энергия связи изотопа лития-7 с ней-

троном при накоплении изотопа в активной зоне реактора в результате реакции с нейтроном образует значительный источник неконтролируемого тепловыделения, возрастающего по мере перехода реактора в докритический режим. Увеличение тепловыделения, приводящее к повышению значений температуры, является важным фактором, ограничивающим мощность реактора. Накопление ${}^7\text{Li}$ при значительном избытке ${}^7\text{Li}$ в первом и втором контурах реактора создает дополнительную угрозу аварии [28].

3. Математическое моделирование в ядерных реакторах

Целью модели активной зоны ториевого ядерного реактора является определение ее состояния после потока нейтронов в течение срока службы реактора. В работающем реакторе одновременно протекают как фундаментальные процессы цепной реакции, так и теплогидравлика. Для этого необходимо эффективное решение кинетических и энергетических уравнений, а также уравнений гидродинамики относительно пароводяной смеси. Из-за разницы в скорости процессов в первичной динамической модели реактора реализована иерархия (масштабирование).

Представлены основные допущения, использованные при создании варианта модели реактора для моделирования динамики волнового процесса, управления и обеспечения электрофизических характеристик ряда коэффициентов, их устойчивости в условиях переходных процессов, существования колебательных переходных процессов. На основе теории метода программного взаимодействия представлена иерархия моделей описания переходных процессов различной глубины. Приведены результаты идентификации диаграммы теплопередачи вертикального парогенератора в схеме реакторной установки. Показано, что диаграмма существенно зависит от мощности тепловыделения ТВЭЛа. Указан метод проведения таких исследований. Также представлены данные по моделированию различных переходных процессов и результаты применения поведенческих характеристик блокатора и системы управления реактором [29, 30].

3.1 Важность и применение

Ториевый реактор содержит две зоны: активную зону и зону blankets. Активная зона реагирует и воспроизводит свежее топливо, а blankets-

ная зона преобразует Th-232 в U-233 , топливо, подходящее для питания активной зоны. Соответствующий U-232 , произведенный в blankets-ной зоне, делает U-233 , образующийся в активной зоне, бесполезным для изготовления атомных бомб. Тот факт, что Th-232 , исходный материал для U-233 , имеется в изобилии и что U-233 и плутоний считаются подходящими элементами для питания ядерных реакторов деления с высокой выходной энергией и значительно меньшими выбросами парниковых газов являются аргументами в пользу интереса к разработке ториевого реактора. Он будет построен на основе одной из концепций, изучаемых для ториевых реакторов [31].

Предполагается независимое определение распределения плотности в пакете микрореактора, топлива и материалов. Транспорт нейтронов учитывается итерационным методом, который быстро сходится. Его важность обусловлена плотностью распределения материалов и топлива для оптимизации конструкции реактора. Был сделан вывод, что для повышения энергетического выигрыша в мощности, вырабатываемой на единицу массы пакета, можно увеличить коэффициент умножения k , который поднимает долю U-233 , или V – объем взаимодействия, или выгорание, выделяемое тепло топливными ядрами. Для трех альтернатив и для обеспечения безопасности времени реакции достаточно уменьшить тепло, чтобы энергия не тратилась зря, а материалы не были повреждены и не испустили радиацию. Распределение плотности флюенса тепловой энергии влияет на тепло и излучение, которые являются важными факторами хорошей работы реактора. Кроме того, плотность и положение материалов и топлива, правильно распределенные в пространстве, контролируют перенос радиационного и конвективного тепла и тепловое расширение. Эти совместные действия могут помочь уменьшить тепловые самоиндуцированные нейтроны, дорогостоящие магнитные поля для удержания энергии, охлаждения, выхлопных систем и другой инфраструктуры и, следовательно, конечную стоимость вырабатываемых МВт [32].

3.2 Ключевые математические понятия

Исследование динамики активной зоны ториевого реактора содержит ряд задач, связанных с реализацией стадии ядерной реакции в зоне, воспроизводством ядерного топлива, а также отводом остаточного тепла и структурной устойчивостью. Удаление остаточного тепла требует, как

минимум, нескольких месяцев. Устойчивость и долговечность конструкции определяются изменениями физико-механических свойств материала, вызванными высокими температурами и потоками быстрых и тепловых нейтронов. Предвидя эти проблемы, некоторые исследователи рассматривали вопросы динамики активной зоны, связанные с началом управляемой ядерной реакции, созданием мощных потоков нейтронов, необходимостью быстрой перезарядки топлива, а также подготовкой активного топлива к следующему циклу, т.е. по значению теплофизических характеристик. Эти вопросы имеют большое значение для технологии реализации режимов в активной зоне. Разработка физически обоснованных математических моделей эволюции активных зон таких реакторов является одним из основных направлений их развития [33].

Рассмотренные здесь основные модели основаны на одногрупповом уравнении диффузии нейтронов. Используются решения с различными аппроксимациями, зависящими главным образом от формы функции распределения нейтронного потока, и вычисляются только некоторые моменты этих функций. В этом случае для упрощения полученного решения можно добавить некоторые связи между любым из полученных итогов и известными независимыми значениями, удовлетворяющими принципу непротиворечивости. Важно, что любая типичная математическая модель может описать лишь основные или принципиальные особенности неизвестных пространственно-временных зависимостей нейтрона. Тогда объектом анализа является роль типичных неизвестных модели. Благодаря этой особенности, анализ полученных математических моделей активной зоны рассматривается в одинаковой форме, которая не зависит от конкретного вида нетипичной модели, а построена только на обоснованном поведении основных неизвестных [34].

4. Разработка математических моделей ториевых реакторов

Представлены две математические модели активной зоны ториевого реактора с тепловыми и быстрыми нейтронами. В первой модели реактор содержит замедлитель; во второй – предполагается, что реактор работает как быстрый реактор. С использованием этих моделей проводятся численно-аналитические исследования установившихся режимов работы реактора: изучается влияние теплофизических и эксплуатационных параметров

реактора на вероятность возникновения неблагоприятных аномалий реактивности и взрывов. Показано, что модели способны описать основные особенности динамики и позволяют выделить такие слабоустойчивые режимы, как предельный цикл периодического тления и предельный цикл периодического взрыва [35].

4.1 Исторический обзор

Первые принципы цепных ядерных реакций были сформулированы еще в 1934 году. В 1939 году было открыто деление урана, а вскоре после этого наблюдали эффект размножения нейтронов, поняв, что именно деление тяжелого ядра дает нужный эффект. Было сделано следующее важное наблюдение: медленные нейтроны гораздо более эффективны в ядерных реакциях. В Чикагской металлургической лаборатории был спроектирован уран-графитовый реактор. Первый реактор с тяжеловодным замедлителем был построен на заводе Клифтонс Миллс в Квебеке. Введен в эксплуатацию пилотный реактор с тяжелым углеграфитовым замедлителем. После успешной эксплуатации опытной установки в Ок-Ридже было решено использовать реакторы этого типа при производстве плутония на заводе в Хэнфорде [36].

Спрогнозировано и подтверждено существенное повышение эффективности уран-углеродного реактора за счет так называемого резонансного принципа, снижающего полную вероятность захвата нейтронов. Первый раунд гонки вооружений завершился разрушением Хиросимы и Нагасаки ядерными бомбами. Однако определенной части политиков и мировых ученых удалось не только сохранить, но и создать условия для дальнейшего развития ядерных технологий. В США холодная война началась без промедления и одним из последствий этой холодной войны стало судно, плавающее под американским флагом и оснащенное экспериментальным натриевым реактором. Это был не последний подобный случай; будущее военно-морского транспорта было предсказано в атомной энергетике. Проблема сводилась к созданию относительно небольших и легких реакторов с заранее заданным сроком службы, которые были бы относительно компактными. Тогда людям из Департамента атомной энергетики Морской администрации США удалось построить серию реакторов, значительно уменьшенных в объеме, используя естественное охлаждение вместо реактора с водой под давлением [37, 38].

4.2 Текущие подходы

Современный подход при моделировании активной зоны по групповой константе учитывает особенности газосодержания и температуры натрия. Сам метод включает в себя следующие этапы:

- расчет микрогетерогенных и эффективных констант делящихся групп на заданной сетке температуры и пустотности;

- формирование макрогетерогенных и эффективных групповых констант деления на модельной сетке температуры и пустотности ТВЭЛ-сборки.

Основой разработки метода является решеточный код. Первоначально код был разработан для быстрого реактора с натриевым охлаждением. Генератор групповых констант, предназначенный для проведения расчетов для различных реакторов, может генерировать эффективные групповые константы для различных активных зон реакторов, таких как ВВЭР, герметизированных и быстрых реакторов с натриевым теплоносителем. Для построения кластера кода нейтронно-физического реактора с кодом CFD требуется набор геометрических моделей конкретного компонента реактора и групповых констант, соответствующих модели каждой ступени. Фактически кластер кода нейтронно-физического реактора и CFD-кода учитывает влияние теплоносителя активной зоны на величину реактивности активной зоны за счет перераспределения температуры и пустот в активной зоне, вызванного циркуляцией теплоносителя [39, 40].

5. Проблемы и будущие направления

Основной мотивацией разработки класса отражательных моделей активной зоны ториевого реактора была проверка концепции выгорания CANDU в условиях, минимизирующих количество параметров, участвующих в описании кинетических и физических процессов. Аспекты ядерных реакций с наименьшими ограничениями на выбор закона распределения мгновенных нейтронов. В частности, отсутствие условия тепловой обратной связи может иметь практические преимущества в упрощении процедур управления цепными реакциями деления.

Простота управления контролем выгорания и внутреннее физическое ограничение, представленное удаленным положением свежего топлива от внешней области, которая определяет для исходной задачи CANDU входную характеристическую длину, отображает собой некоторые положительные соображения модели размноже-

ния мгновенных нейтронов, созданной в работе. Неожиданные трудности в поиске подобных физических и контрольных ограничений с использованием методов теории групп для таких простых ограничений предполагают, что более общая модель физически полезна.

Очевидно, что физиологическая оценка существования других точных решений, характеризующихся отсутствием тепловых ограничений, по-видимому, дает стимул для разработки подходящих математических моделей. Из-за быстрых изменений, типичных для информации, содержащейся в потоках вероятностей и функциях распределения энергии внутри активной зоны, будущие исследования могут придать конструктивный смысл «квазиподобным» моделям с подходящими методами регуляризации и фильтрации этих функций внутренних отношений, еще более широкими для предполагаемой гидродинамической структуры большого разнообразия пылевых частиц, разбросанных по области просвечивания.

5.1 Сложность моделирования активных зон

Активная зона реактора имеет высокий уровень неоднородности нейтронного поля, выгорания ядерного топлива и образующихся ядерных изотопов, а также сложную геометрическую структуру стержней как в действующих реакторах, так и в остановленных. Тепловая мощность активной зоны может заметно меняться в процессе энерговыделения. Все эти особенности определяются возможностями данной ступени реактора, структурой активной зоны и условиями ее эксплуатации. Характер параметров активной зоны реактора на тепловых нейтронах и перспективного реактора-кандидата с урановым топливом показывает, что адекватное решение математического моделирования пока не найдено и не сформулировано, в частности для гетерогенных реакторов с ториевым топливом.

В легководных тепловых реакторах с урановым топливом при их расчете используются эффективные константы метода. Разработан метод решения задачи первого сопряженного уравнения во всем диапазоне энергий при возникновении интегральной сборки устойчивых сгустковых и многоклеточных нейтронно-физических полей. Используются отдельные двумерные модели нейтронно-фотонного поля, основанные на более простых, чем расчеты, методах. Однако этот метод не дает мелких погрешностей и ошибок при решении задач безопасности и экономики активной зоны, если обойтись без контроля выполнения третьего сопряженного уравнения.

5.2 Достижения в области вычислительных инструментов

Для моделирования активной зоны ториевых реакторов можно использовать современное программное обеспечение, например COMSOL или MCNP [41]. На момент настоящего исследования эти вычислительные инструменты, в общих чертах: очень полезны для вычисления библиотек сечений и расчета кодов; представляют собой детерминированные инструменты, используемые для расчета нейтронно-физических характеристик ядерных реакторов; детерминированные и стохастические инструменты используются для точного выполнения широкого набора оценок.

При комбинации детерминированных и стохастических инструментов можно использовать следующую процедуру: первичное приближение решетки ториевого топлива рассчитывается с помощью детерминированного метода и получается геометрическое решение трехмерной матрицы в декартовой геометрии. Затем эта решетка, рассчитанная по стохастическому методу Монте Карло, дополнительно аппроксимируется детерминированным кодом (или, в случае гомогенизации поперечного сечения, оценкой).

5.3 Моделирование ядерных реакторов при помощи пакета COMSOL Multiphysics

Программное обеспечение COMSOL Multiphysics широко используется для моделирования ядерных реакторов благодаря своим мощным возможностям конечно-элементного анализа, которые позволяют решать сложные системы уравнений в частных производных (УЧП) в различных областях физики, таких как нейтронная физика, теплогидравлика и механика конструкций [42]. Разработана двумерная двухгрупповая диффузионная нейтронная модель высокопоточного изотопного реактора с использованием алгоритма NEWT и программы COMSOL Multiphysics с целью изучения пространственной зависимости распределения нейтронного потока и переходного поведения в активной зоне реактора [43, 44]. Результаты показали, что самый высокий поток тепловых нейтронов сосредоточен в ловушке сверхзамедленного потока активной зоны реактора, поскольку быстрые нейтроны выходят из топливных элементов в ловушку потока, где они термализуются. Моделирование нейтронов реактора ETRR-2 с использованием программы COMSOL Multiphysics показало, что рассчитанный эффек-

тивный коэффициент размножения (k_{eff}) для трех указанных случаев совпал с экспериментальными измерениями. Точность трехмерной полномасштабной модели COMSOL Multiphysics, достигшая менее 5% разницы с экспериментальными данными, продемонстрировала ее потенциал в качестве надежной альтернативы для расчетов исследовательских реакторов [45].

Код производительности топлива, рассчитанный программой CAMPUS, основанный на конечно-элементном мультифизическом моделировании, использовал двумерную осесимметричную геометрию для анализа как стационарного, так и переходного поведения топлива. Наряду с CAMPUS, физические модели были разработаны с использованием COMSOL, что дало результаты, соответствующие сравнениям с другими установленными кодами, включая BISON [46], ABAQUS [47], и FRAPCON [48]. Эти сравнения охватывали ключевые показатели, такие как температура топлива и оболочки, время закрытия зазора, механическое взаимодействие топлива и оболочки, поведение газовой выделения и давление в камере сгорания для топлива UO_2 . Кроме того, CAMPUS продемонстрировал свою универсальность и надежность, оценив производительность четырех типов топлива – оксида (UO_2), композита (UO_2 -10 об.% BeO), силицида (U_3Si_2) и смешанного оксида ($(Th_{0.9}, U_{0.1})O_2$), – подчеркивая свою гибкость и возможности моделирования [49]. Модели ANSYS для теплопроводности, динамики тепловой трубы и структурной механики были использованы для анализа стационарного термомеханического поведения микрореактора с охлаждением тепловой трубой и графитовым замедлителем для проведения оценки безопасности конструкции путем сравнения полученного результата с допустимыми пределами безопасности. Результаты показали, что максимальная температура и нагрузка тепловой трубы при нормальных условиях эксплуатации находились в пределах безопасности, где максимальное напряжение для графитового монолита оценивалось примерно в 10,99 МПа, а максимальная деформация была обнаружена равной 1,87 мм [50]. Кроме того, результаты сценария отказа одной тепловой трубы показывали, что отказ в первую очередь вызывает локальные эффекты, не влияя на всю активную зону. Кроме того, хотя отказ краевой тепловой трубы существенно влияет на температуру и уровень напряжения активной зоны, он не ставит под угрозу общую безопасность реактора [51, 52].

Расчеты нейтронного потока. Чтобы определить распределение нейтронов в активной зоне ядерного реактора, нам необходимо учесть движение нейтронов в активной зоне и взаимодействие нейтронов с ядрами. Интегрируя непре-

рывное уравнение диффузии нейтронов по всем энергетическим интервалам и, включая уравнения баланса для чисел предшественников, получаем результирующую систему дифференциальных уравнений в частных производных [53]:

$$\frac{1}{v_g} \frac{\partial \phi_g}{\partial t} = \nabla \cdot D_g \nabla \phi_g - \sum_{a,g} \phi_g - \sum_{g' \neq g} \sum_{s,g,g'} \phi_g + \sum_{g' \neq g} \sum_{s,g,g'} \phi_{g'} + (1-\beta) \chi_{p,g} \sum_{g'=1}^6 (v \sum_f) \phi_{g'} + \sum_{i=1}^8 \chi_{d,g} \lambda_i c_i, \quad g=1-6 \quad (1)$$

$$\frac{\partial c_i}{\partial t} = -\lambda_i c_i + \beta_i \sum_{g=1}^6 (v \sum_f) \phi_g, \quad i=1-8 \quad (2)$$

где: ϕ_g – распределение нейтронного потока; g – индекс энергетической группы; v_g – скорость нейтрона g -й группы; D_g – коэффициент диффузии нейтронов; $\sum_{a,g}$ – макроскопическое сечение поглощения; $\sum_{g' \neq g} - \sum_{s,g,g'}$ – макроскопическое сечение переноса группы из группы g в группу g' ; $\sum_{s,g}$ – макроскопическое сечение переноса группы из группы g' в группу g ; $\chi_{p,g}$ – доля мгновенных нейтронов, образующихся в группе g ; $\chi_{d,g}$ – доля замедленных нейтронов, образующихся в g -й группе; β – общая фракция замедленных нейтронов; λ_i – константа распада i -й группы-предшественника; c_i – концентрация i -й прекурсорной группы; v – среднее число нейтронов, испускаемых за одно деление; \sum_f – макроскопическое сечение деления; β_i – доля замедленных нейтронов i -й группы предшественников.

В топливе макроскопические нейтронные сечения корректируются на основе локальной температуры и плотности с использованием следующего уравнения [54]:

$$\sum_i(T, \rho) = \left(\frac{\rho}{\rho_0} \right) \left[\sum_0 + \alpha \log \left(\frac{T}{T_0} \right) \right] \quad (3)$$

где ρ_0 – справочная плотность. Для свинцовых поперечных сечений приведенная выше «функциональная форма сводится к:

$$\sum_i(T, \rho) = \left(\frac{\rho}{\rho_0} \right) \sum_0 1 \quad (4)$$

Для упрощения анализа предполагается, что поперечные сечения в областях оболочки, пружины, заглушки и теплоизолятора остаются постоянными.

Гидродинамика и теплопередача. Модель течения жидкости основана на несжимаемой форме уравнений Навье-Стокса, усредненных по Рейнольдсу (RANS), в частности, с использованием стандартной модели турбулентности k - ε , представленной следующими уравнениями [55]:

$$\rho \frac{\partial v}{\partial t} + \rho(v \cdot \nabla)v = \nabla \cdot \left[-pI + (\eta + \eta_T) \left(\nabla v + (\nabla v)^T - \frac{2}{3} \rho k I \right) \right] \quad (5)$$

где: v – вектор скорости; p – давление жидкости; η – динамическая вязкость; η_T – вихревая вязкость; k – турбулентная кинетическая энергия; I – матрица идентичности.

$$\nabla \cdot v = 0 \quad (6)$$

$$\rho \frac{\partial k}{\partial t} + \rho v \cdot \nabla k = \nabla \cdot \left[\left(\eta + \frac{\eta_T}{\sigma_k} \right) \nabla k \right] - \rho \varepsilon + \eta_T \left[\nabla v : (\nabla v + (\nabla v)^T) \right] \quad (7)$$

$$\rho \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + \rho v \cdot \nabla \varepsilon = \nabla \cdot \left[\left(\eta + \frac{\eta_T}{\sigma_\varepsilon} \right) \nabla \varepsilon \right] - \frac{C_{\varepsilon 2} \rho \varepsilon^2}{k} + \frac{C_{\varepsilon 1} \varepsilon}{k} \eta_T \left[\nabla v : (\nabla v + (\nabla v)^T) \right] \quad (8)$$

где: σ_k , σ_ε , $C_{\varepsilon 2}$, $C_{\varepsilon 1}$ – эмпирические константы k - ε модели; ε – скорость турбулентного рассеивания.

Модель теплопередачи в жидкой области описывается следующим образом:

$$\rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} + \nabla \cdot [-(K + K_T) \nabla T] = \rho C_p v \cdot \nabla T. \quad (9)$$

Турбулентная теплопроводность определяется выражением:

$$K_T = \frac{C_p \eta_T}{Pr_T}. \quad (10)$$

Турбулентное число Прандтля Pr_T рассчитывается с использованием расширенной модели Кейса-Кроуфорда:

$$Pr_T = \left[\frac{1}{2 Pr_{T\infty}} + \frac{0.3}{\sqrt{Pr_{T\infty}}} \frac{C_p \eta_T}{k} - \left(0.3 \frac{C_p \eta_T}{k} \right)^2 \left(1 - e^{-\frac{k}{0.3 C_p \eta_T Pr_{T\infty}}} \right) \right]^{-1}, \quad (11)$$

где

$$Pr_{T\infty} = 0.85 + \frac{100K}{C_p \eta (Re_\infty)^{0.888}}. \quad (12)$$

Для моделирования теплопередачи в материалах оболочки, теплоизоляции и заглушки энергетический баланс описывается следующим уравнением:

$$\rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} = \nabla \cdot (K \nabla T). \quad (13)$$

Используя соответствующие значения теплопроводности, плотности и удельной теплоемкости, уравнение (14) применяется в области топлива:

$$\rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} + \nabla \cdot (-K \nabla T) = Q. \quad (14)$$

Наконец, объемный источник тепла Q вычисляется с помощью рассчитанных потоков нейтронов:

$$Q = \sum_{g=1}^6 (\sum_{f,g} E_f \phi_g). \quad (15)$$

Моделирование уравнения переноса нейтронов для гексагонального z-реактора с использованием COMSOL Multiphysics

В настоящее время в COMSOL отсутствует встроенный модуль для прямого решения задач переноса нейтронов. Однако его настраиваемые интерфейсы дифференциальных уравнений в частных производных (PDE) позволяют разрабатывать подробный модуль переноса нейтронов. Предложенная модель переноса нейтронов была оценена на точность и гибкость с использованием задач гексагонального реактора [56].

Первый тестовый случай – это задача гексагональной сборки [57], которая включает в себя сценарий моноэнергетического изотропного рассеяния. В этой задаче рассматриваются три мате-

риала – топливо, стержень управления и легкая вода, расположенные так, как показано на рис. 3а. Шестиугольная топливная область с длиной стороны 3,2 см окружена легкой водой, образуя шестиугольный компонент с длиной стороны 3,6 см. В центре сборки находится шестиугольный стержень управления с длиной стороны 0,4 см. Вакуумные граничные условия применяются вдоль всех внешних границ. На рис. 3б показаны результаты моделирования распределения нейтронного потока, а расчетное значение $k_{\text{эф}} = 0.7$ хорошо согласуется с контрольными результатами [57].

Второй тестовый случай – задача гексагональной ячейки с центральным воспроизводящим штифтом. Геометрия этой задачи проиллюстрирована на рис. 4а, где обогащенное топливо и природный уран заключены в гексагональную область легкой воды с длиной стороны 2,2 см. Радиусы природного урана и обогащенного топлива составляют 0,5 см и 0,3 см, соответственно, с расстоянием между центрами 1,5 см между ними. Отражающие граничные условия применяются ко всем внешним границам области легкой воды. Рисунок 4б и 4в иллюстрируют нормализованные потоки нейтронов внутри активной зоны, показывая, что как распределения быстрых, так и тепловых нейтронов демонстрируют заметную симметрию. Поток быстрых нейтронов в основном сосредоточен в областях обогащенного топлива и природного урана, в то время как поток тепловых нейтронов преимущественно расположен в области легкой воды. Это распределение соответствует принципам замедления нейтронов в ядерной физике. Между этой симуляцией и решением уравнения Монте-Карло, полученным с помощью MG-MCNP3B, наблюдаются хорошие совпадения $k_{\text{эф}} = 1.09$ и нормализованных потоков нейтронов [58].

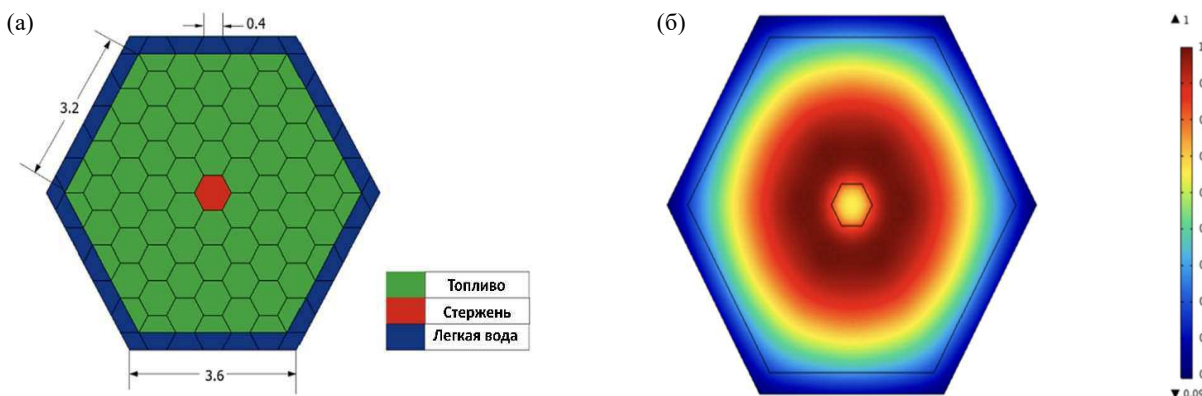


Рис. 3. Конфигурация задачи гексагональной сборки (а) и нормализованное распределение нейтронов (б).

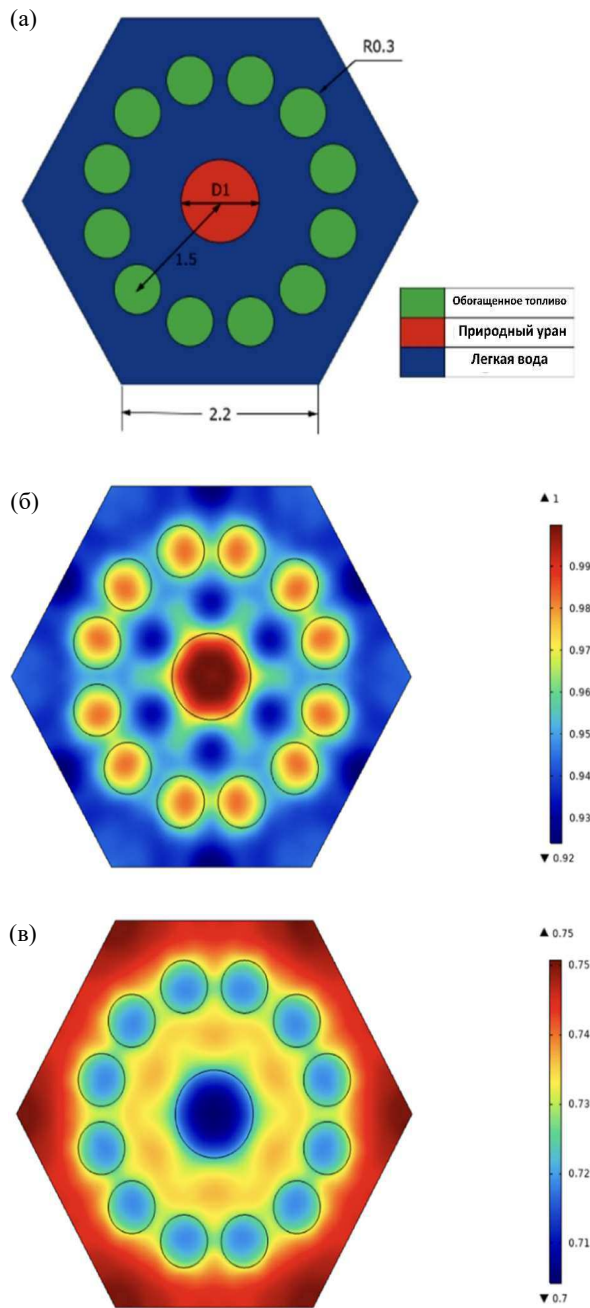


Рис. 4. Конфигурация задачи гексагональной ячейки с центральным размножающим штифтом (а), нормализованным распределением быстрых групповых нейтронов (б) и нормализованным распределением тепловых групповых нейтронов (в).

Активные зоны ядерных реакторов оказались под пристальным вниманием из-за недавней катастрофы в г. Фукусима (Япония). Ядерные программы по всему миру переоценивают безопасность своих реакторов в отношении будущего источника энергии, ссылаясь на обоснованные соображения безопасности. Следует отметить, что существует жизнеспособный вариант замены нынешней ядерной технологии на жидкостные фторид-ториевые реакторы (LFTR), субкритиче-

ские системы с приводом от ускорителя (ADS), внедрение ториевых топливных элементов в существующие реакторы с водой под давлением (PWR), а также реакторы с кипящей водой (BWR).

Этот потенциал тория как ядерного топлива имеет ряд преимуществ, наиболее перспективным из которых является производство менее радиотоксичных и более короткоживущих изотопных отходов по сравнению с традиционной ядерной энергетикой, что позволяет эффективно решать проблемы, связанные с устойчивостью к ядерному распространению.

Активная зона ториевого реактора имеет достаточно сложную трехмерную геометрию, разработка математической модели активной зоны позволит существенно повысить надежность процесса математического моделирования при проектировании реакторов этого типа.

Помимо задачи моделирования активной зоны, в работе также рассматривается построение граничных условий на границах математических моделей активной зоны для границ неактивных зон ториевых реакторов, когда в основе математической модели лежит штифтовая ячейка.

Представлены основные проектные данные, использованные при создании варианта модели реактора для моделирования динамики волнового процесса, управления и обеспечения электрофизических характеристик ряда коэффициентов, их устойчивости в условиях переходных процессов, существования колебательных переходных процессов. На основе теории метода программного взаимодействия описана иерархия моделей переходных процессов различной глубины. Приведены результаты идентификации диаграммы теплопередачи вертикального парогенератора в схеме реакторной установки. Показано, что диаграмма существенно зависит от мощности тепловыделения ТВЭЛа. Указан метод проведения таких исследований. Также представлены данные по моделированию различных переходных процессов, а также результаты применения поведенческих характеристик блокатора и системы управления реактором [29, 30].

6. Заключение

На основе теоретических исследований известных физических и статистических моделей активного ядерного реактора выявлены линейные зависимости физических функций и плотности нейтронно-физических полей от частоты ультразву-

вуковых колебаний упругой среды для предполагаемой изотропной, двухкадровой и двухслойной конструкции активной зоны.

Для учета демпфирующего действия упругих свойств среды в физические функции вводятся коэффициенты затухания, основанные на требовании сохранения интегральной энергии упругой волны. Коэффициенты демпфирования включены в уравнения, моделирующие плотность нейтронно-физических полей на основе ударных испытаний реактора нулевых порядков сейсмостойкости. Нормировки физических функций определяются на основе континуальной модели взаимодействия среды с нейтронным полем, а также статистической модели точечного источника нейтронов с нормальными граничными условиями, необходимыми для моделирования упруго-физической среды ядерного реактора и радиационной безопасности.

6.1 Краткое изложение основных выводов

Анализ, выполненный с использованием обновленного кода, выявил несколько перспективных областей, в которых изменения в моделях зон реактора, используемых в коде динамики двухзонного реактора, могли бы улучшить их прогнозы: простая, быстродействующая модель повысит достоверность прогнозов модели при низкой мощности реактора; высокие значения положительных коэффициентов пустотности в широком диапазоне выгорания могут при определенных типах переходного режима вызвать нежелательные ошибки в мощности на ранних этапах переходного режима, что может сбить с толку операторов реактора; более полное включение ресурсов тория в ядро можно было бы обеспечить, сохранив U-векторы в библиотеке поперечных сечений. Проанализирована модель активной зоны ториевого реактора, использованная при валидации кода динамики двухзонного реактора, и внесены соответствующие изменения. Эти модификации также повлекли за собой добавление специальных кодов, основанных на нынешней механике кода динамики реактора. Предполагалось, что переходный процесс представляет собой быстрое появление положительной реактивности в тепловом реакторе. Первоначальное повышение уровня мощности реактора происходило преимущественно из-за того, что энергетические компоненты не термализовались внутри реактора, а баланс ввода реактивности преобладал при тепловом равновесии. Последующие по-

степенные подъемы мощности были вызваны повышением температуры замедлителя и кипением замедлителя вплоть до момента кризиса кипения теплоносителя.

6.2 Значение для будущих исследований

Во многих проектах разработаны комплексная и прогнозирующая модель эволюции и функционирования активной зоны ториевого реактора. Модель предполагает, устанавливает и количественно определяет неизвестные до сих пор явления контроля, чтобы показать, что каждая пара времен нейтронного цикла в устойчивом состоянии хорошо аппроксимируется долей квадратного корня и что каждая пара концентраций делящихся веществ в устойчивом состоянии хорошо аппроксимируется непрерывной дробью.

Модель также определяет каким образом границы четырехмерного пространства параметров влияют на эволюцию концентрации делящихся веществ и каким образом мобилизация больших количеств топлива может быть сфокусирована, управляема по времени и захвачена. Будущие исследования будут касаться проектирования и управления жидкостными и твердотельными счетчиками нейтронов, оптимального цикла заправки для нескольких активных зон, оценки и сравнения эффектов альтернативных скоростей охлаждения, разработки перетасовки топлива и методов онлайн-обработки и углубленного изучения потенциальных повреждений делящихся актинидов в результате применяемой диссипации.

Параллельным подходом к эффективной настройке всех параметров реактора являются разработка и эффективное внедрение искусственных нейронных сетей, которые, обученные на обширных данных, полученных с помощью подробных и высокопроизводительных программ, используемых для точного определения состава делящихся веществ, смогут быть использованы для одновременной настройки одного или группы из четырех параметров до желаемого устойчивого состояния.

Благодарность

Данное исследование выполнено в рамках реализации научной Программы ИРН BR24993225 по программно-целевому финансированию Комитета науки Министерства науки и высшего образования Республики Казахстан на 2024-2026 годы.

Список литературы

- [1]. Jyothi R.K., De Melo L.G.T.C., Santos R.M. and Yoon H.S. An overview of thorium as a prospective natural resource for future energy // *Frontiers in Energy Research*. – 2023. – Vol. 11. – P. 1132611.
- [2]. Стартап ThorCon Power к 2030 году построит в Индонезии первую плавучую 500-мегаваттную АЭС с жидкосолевыми ториевыми реакторами // Интернет-газета «Атомная энергия». – 2023. – 31 октября. <https://www.atomic-energy.ru/news/2023/10/31/140086>
- [3]. От урана к торию. Новый этап развития атомной мировой энергетики // Интернет-газета «Моя энергия». – 2024. <https://www.myenergy.ru/innovation/2022/ot-urana-k-toriju-novyj-eh-tap-razvitija-atomnoi-mirovoi-ehnergetiki/>
- [4]. Американский стартап Flibe Energy развивает проект жидкосолевого реактора на тории и фториде лития // Интернет-газета «Атомная энергия». – 2022. – 29 марта. <https://www.atomic-energy.ru/news/2022/03/29/123220>
- [5]. Oettingen M., Cetnar J. Numerical modelling of modular high-temperature gas-cooled reactors with thorium fuel // *Nukleonika*. – 2021. – Vol. 66(4). – P. 133-138.
- [6]. van der Walt H.B., van Niekerk F. and Reitsma F. Implementation of in-rod axially heterogeneous thorium-uranium fuel in a typical PWR // *Nuclear Engineering and Design*. – 2023. – Vol. 408. – P. 112319.
- [7]. Li C.Y., Xia X.B., Cai J., Zhang Z.H., Zhang G.Q., Wang J.H., Qian Z.C. Radiation dose distribution of liquid fueled thorium molten salt reactor // *Nuclear Science and Techniques*. – 2021. – Vol. 32(2). – P. 22.
- [8]. Kozhevnikov E.V., Turbakov M.S., Riabokon E.P., Poplygin V.V. Effect of effective pressure on the permeability of rocks based on well testing results // *Energies*. – 2021. – Vol. 14(8). – P. 2306.
- [9]. Nguyen T.H., Chen Y. Extended development of the Monte Carlo code MCNP for effective delayed neutron fraction calculation in molten salt reactors // *Progress in Nuclear Energy*. – 2024. – Vol. 176. – P. 105392.
- [10]. Wei L., Zheng Y., Du X., Liu S., Kang C., Liu Z., Wang Y., Xiao B. Development of SARAX code system for full-range spectrum adaptability in advanced reactor analysis // *Annals of Nuclear Energy*. – 2022. – Vol. 165. – P. 108664.
- [11]. Kurniawan T.A., Othman M.H.D., Singh D., Avtar R., Hwang G.H., Setiadi T., Lo W.H. Technological solutions for long-term storage of partially used nuclear waste: A critical review // *Annals of Nuclear Energy*. – 2022. – Vol. 166. – P. 108736.
- [12]. Semenishchev V.S., Voronina A.V. Isotopes of strontium: Properties and applications // *Strontium Contamination in the Environment*. – 2019. – P. 25-42.
- [13]. Lee J.J., Arregui-Mena J.D., Contescu C.I., Burchell T.D., Katoh Y., Loyalka S.K. Protection of graphite from salt and gas permeation in molten salt reactors // *Journal of Nuclear Materials*. – 2020. – Vol. 534. – P. 152119.
- [14]. Fuks L., Herdzik-Koniecko I., Kiegiel K., Zakrzewska-Koltuniewicz G. Management of radioactive waste containing graphite: Overview of methods // *Energies*. – 2020. – Vol. 13(18). – P. 4638.
- [15]. Kulikov G.G., Shmelev A.N., Kruglikov A.E., Apse V.A., Kulikov E.G. November. Possibility assessment for production of non-traditional nuclear fuel in thorium blanket of hybrid thermonuclear reactor // *Journal of Physics: Conference Series*. – 2020. – Vol. 1689(1). – P. 012034
- [16]. Keppen J.D. Feasibility Study of a Thermal Spectrum Thorium Breeder Reactor Without Chemical Reprocessing // *ScholarsArchive@OSU*. – 2020.
- [17]. Uguru E.H., Abdul Sani S.F., Khandaker M.U., Rabir M.H., Karim J.A., Onah D.U., Bradley D.A. Burn-up calculation of the neutronic and safety parameters of thorium-uranium mixed oxide fuel cycle in a Westinghouse small modular reactor // *International Journal of Energy Research*. – 2020. – Vol. 45(8). – P. 12013-12028.
- [18]. Lee J.C. *Nuclear Reactor: Physics and Engineering*. – John Wiley & Sons, Inc., 2020.
- [19]. Clark A.R., Mattingly J., Favorite J.A. Application of neutron multiplicity counting experiments to optimal cross-section adjustments // *Nuclear Science and Engineering*. – 2020. – Vol. 194(4). – P. 308-333.
- [20]. Hendrycks D., Burns C., Kadavath S., Arora A., Basart S., Tang E., Song D., Steinhardt J. Measuring mathematical problem solving with the math dataset. – 2021.
- [21]. Kaiser G. Mathematical modelling and applications in education // *Encyclopedia of mathematics education*. – 2020. – P. 553-561.
- [22]. Mohamadou Y., Halidou A., Kapen P.T. A review of mathematical modeling, artificial intelligence and datasets used in the study, prediction and management of COVID-19 // *Applied Intelligence*. – 2020. – Vol. 50. – P. 3913-3925.
- [23]. Ashraf O., Rykhlevskii A., Tikhomirov G.V., Huff K.D. Strategies for thorium fuel cycle transition in the SD-TMSR // *Annals of Nuclear Energy*. – 2020. – Vol. 148. – P. 107656
- [24]. Ma Y., Min J., Li J., Liu S., Liu M., Shang X.,

- Yu G., Huang S., Yu H., Wang K. Neutronics and thermal-hydraulics coupling analysis in accelerator-driven subcritical system // *Progress in Nuclear Energy*. – 2020. – Vol. 122. – P. 103235.
- [25]. Ahmad H., Seadawy A.R., Khan T.A., Thounthong P. Analytic approximate solutions for some nonlinear Parabolic dynamical wave equations // *Journal of Taibah University for Science*. – 2020. – Vol. 14(1). – P. 346-358.
- [26]. Akinyemi L., Rezazadeh H., Yao S.W., Akbar M.A., Khater M.M., Jhangeer A., Inc M., Ahmad H. Nonlinear dispersion in parabolic law medium and its optical solitons // *Results in Physics*. – 2021. – Vol. 26. – P. 104411.
- [27]. Zheng S. Nonlinear parabolic equations and hyperbolic-parabolic coupled systems. – Chapman and Hall/CRC, 2020. – P. 272.
- [28]. Singh O.P. Nuclear reactors of the future // *Physics of Nuclear Reactors*. – 2021. – P. 695-749.
- [29]. Ashraf O., Rykhlevskii A., Tikhomirov G.V., Huff K.D. Whole core analysis of the single-fluid double-zone thorium molten salt reactor (SD-TMSR) // *Annals of Nuclear Energy*. – 2020. – Vol. 137. – P. 107115.
- [30]. Porcu G. Analytical solution for the one group kinetic diffusion equation for the reflected reactor. – 2020.
- [31]. Cowan J.J., Sneden C., Lawler J.E., Aprahamian A., Wiescher M., Langanke K., Martínez-Pinedo G., Thielemann F.K. Origin of the heaviest elements: The rapid neutron-capture process // *Reviews of Modern Physics*. – 2021. – Vol. 93(1). – P. 015002.
- [32]. Inal O.B., Charpentier J.F., Deniz C. Hybrid power and propulsion systems for ships: Current status and future challenges // *Renewable and Sustainable Energy Reviews*. – 2022. – Vol. 156. – P. 111965.
- [33]. Xing H., Stuart C., Spence S., Chen H. Alternative fuel options for low carbon maritime transportation: Pathways to 2050 // *Journal of Cleaner Production*. – 2021. – Vol. 297. – P. 126651.
- [34]. Wang H., Matios E., Luo J., Li W. Combining theories and experiments to understand the sodium nucleation behavior towards safe sodium metal batteries // *Chemical Society Reviews*. – 2020. – Vol. 49. – P. 3783-3805.
- [35]. Alzoubi M.A., Xu M., Hassani F.P., Poncet S., Sasmito A.P. Artificial ground freezing: A review of thermal and hydraulic aspects // *Tunnelling and Underground Space Technology*. – 2020. – Vol. 104. – P. 103534.
- [36]. Elazaka A.I., Tikhomirov G.V., Savander V.I., Abdel-Rahman M.A., Galahom A.A. Investigation of a new approach for regulating the reactivity and achieving economic feasibility using thorium in a blanket-seed assembly of pressurized water reactors // *International Journal of Energy Research*. – 2022. – Vol. 46(5). – P. 6112-6125.
- [37]. Raj D., Kannan U. Operational characteristics of LWR core fuelled with thorium-based fuel // *Annals of Nuclear Energy*. – 2023. – Vol. 188. – P. 109801.
- [38]. Kaffezakis N., Kotlyar D. Fuel Cycle Analysis of Novel Assembly Design for Thorium-Uranium-Ceramic-Fueled Thermal, High-Conversion Reactor // *Nuclear Technology*. – 2020. – Vol. 206(1). – P. 48-72.
- [39]. Sinh Nguyen T., Wang X., Bromley B.P. Review of Methods and Results for Reactor Physics Analysis of Thorium-Based Fuels From Irradiation Experiments Conducted in the National Research Universal Reactor // *Journal of Nuclear Engineering and Radiation Science*. – 2022. – Vol. 8(3). – P. 031502.
- [40]. Peng Y., Zhu G., Zou Y., Liu S., Xu H. Core neutronic characterization of a large molten-salt cooled thorium-based solid fuel fast reactor // *International Journal of Energy Research*. – 2020. – Vol. 44(10). – P. 8062-8073.
- [41]. Peralta M.L., Gonzalez M.E., Villarino E., Bea E.A., Soba A. Thorium cycle models into DIONISIO code: Species, thermomechanical behaviour and fission gas release // *Journal of Nuclear Materials*. – 2021. – Vol. 557. – P. 153279.
- [42]. Mohsen M.Y.M., Soliman A.Y., Abdel-Rahman M.A.E. Thermal-hydraulic and solid mechanics safety analysis for VVER-1000 reactor using analytical and CFD approaches // *Progress in Nuclear Energy*. – 2020. – Vol. 130. – P. 103568.
- [43]. DeHart M.D. NEWT: A New Transport Algorithm for Two-Dimensional Discrete Ordinates Analysis in Non-Orthogonal Geometries // *ORNL/TM-2005/39*. – 2016. – Vol. II.
- [44]. Chandler D., Maldonado G.I., Primm R.T., Freels J.D. Neutronics modeling of the High Flux Isotope Reactor using COMSOL // *Annals of Nuclear Energy*. – 2011. – Vol. 38(11). – P. 2594-2605.
- [45]. Xoubi N., Soliman A.Y. Neutronic modeling and calculations of the ETRR-2 MTR reactor using COMSOL multiphysics code // *Annals of Nuclear Energy*. – 2017. – Vol. 109. – P. 667-674.
- [46]. Williamson R.L. Enhancing the ABAQUS thermomechanics code to simulate multipellet steady and transient LWR fuel rod behavior // *J. Nucl. Mater.* – 2011. – Vol. 415(1). – P. 74-83.
- [47]. Williamson R.L., Hales J.D., Novascone S.R., Tonks M.R., Gaston D.R., Permann C.J., Andrs D., Martineau R.C. Multidimensional multiphysics simulation of nuclear fuel behavior // *J. Nucl. Mater.* – 2012. – Vol. 423(1-3). – P. 149-163.
- [48]. Berna G.A., Beyer C.E., Davis K.L., Lanning

- D.D. FRAPCON-3: a Computer Code for the Calculation of Steady-state, Thermal-Mechanical Behavior of Oxide Fuel Rods for High Burn-up. NUREG/CR-6534 // Idaho National Engineering and Environmental Laboratory. – 1997.
- [49]. Liu R., Prudil A., Zhou W., Chan P.K. Multiphysics coupled modeling of light water reactor fuel performance // *Progress in Nuclear Energy*. – 2016. – Vol. 91. – P. 38-48.
- [50]. Aldebie F., Fernandez-Cosials K., Hassan Y. Thermal-mechanical safety analysis of heat pipe micro reactor // *Nuclear Engineering and Design*. – 2024. – Vol. 420. – P. 113003.
- [51]. Jiao G., Xia G., Zhu H., Zhou T., Peng M. Thermal-mechanical coupling characteristics and heat pipe failure analysis of heat pipe cooled space reactor // *Ann. Nucl. Energy*. – 2023. – Vol. 192. – P. 110025.
- [52]. Jiao G., Xia G., Wang J., Peng M. Thermal-hydraulic and load following performance analysis of a heat pipe cooled reactor // *Nuclear Engineering and Technology*. – 2024. – Vol. 56(5). – P. 1698-1711.
- [53]. Duderstadt J.J., Hamilton L.J. *Nuclear Reactor Analysis*. – New York: John Wiley and Sons, 1976.
- [54]. Aufiero M., Cammi A., Fiorina C., Luzzi L., Sartori A. A multi-physics time-dependent model for the Lead Fast Reactor single-channel analysis // *Nuclear Engineering and Design*. – 2013. – Vol. 256. – P. 14-27.
- [55]. Cammi A., Marcello V.D., Luzzi L., Memoli V., Ricotti M.E. A multi-physics modelling approach to the dynamics of Molten Salt Reactors // *Ann. Nucl. Energy*. – 2011. – Vol. 38(6). – P. 1356-1372.
- [56]. Wang Y., Chen J., Li D., Shi L., Chi H., Ma Y. Simulation of SN transport equation for hexagonal-z reactor using the COMSOL Multiphysics software // *Nuclear Engineering and Design*. – 2024. – Vol. 416. – P. 112746.
- [57]. Hong S.G., Cho N.Z. CRX: a code for rectangular and hexagonal lattices based on the method of characteristics // *Ann. Nucl. Energy*. – 1998. – Vol. 25. – P. 547-565
- [58]. Deng L., Xie Z.S., Zhang J.M. MCMG: A 3-D multigroup P₃ Monte Carlo code and its benchmarks // *J. Nucl. Sci. Technol.* – 2012. – Vol. 37. – P. 608-614.
- Indonesia's first floating 500-megawatt nuclear power plant with liquid-salt thorium reactors by 2030 [Startup ThorCon Power k 2030 godu postroit v Indonezii pervuyu plavuchuyu 500-megavattnyuyu AES s zhidkosolevymi torievymi reaktorami]. <https://www.atomic-energy.ru/news/2023/10/31/140086>
- [3]. «Moya energiya» Internet newspaper. (2024) From uranium to thorium. A new stage in the development of the world's nuclear power industry [Ot urana k toriyu. Novyy etap razvitiya atomnoy mirovoy energetiki]. <https://www.myenergy.ru/innovation/2022/ot-urana-k-toriju-novyi-ehrap-razvitija-atomnoi-mirovoi-ehnergetiki/>
- [4]. «Atomnaya energiya» Internet newspaper, 29 March. (2022) US startup Flibe Energy is developing a thorium and lithium fluoride liquid-salt reactor project [Amerikanskiy startap Flibe Energy razvivaet proekt zhidkosolevogo reaktora na torii i floride litiya]. <https://www.atomic-energy.ru/news/2022/03/29/123220>
- [5]. Oettingen M, Cetnar J (2021) *Nukleonika* 66(4): 133-138. <https://doi.org/10.2478/nuka-2021-0020>
- [6]. van der Walt HB, van Niekerk F, Reitsma F (2023) *Nucl Eng Des* 408:112319. <https://doi.org/10.1016/j.nucengdes.2023.112319>
- [7]. Li CY, Xia XB, Cai J, Zhang ZH, Zhang GQ, Wang JH, Qian ZC (2021) *Nucl Sci Tech* 32(2):22. <https://doi.org/10.1007/s41365-021-00857-3>
- [8]. Kozhevnikov EV, Turbakov MS, Riabokon EP, Poplygin VV (2021) *Energies* 14(8):2306. <https://doi.org/10.3390/en14082306>
- [9]. Nguyen TH, Chen Y (2024) *Prog Nucl Energy* 176:105392. <https://doi.org/10.1016/j.pnucene.2024.105392>
- [10]. Wei L, Zheng Y, Du X, Liu S, Kang C, Liu Z, Wang Y, Xiao B (2022) *Ann Nucl Energy* 165:108664. <https://doi.org/10.1016/j.anucene.2021.108664>
- [11]. Kurniawan TA, Othman MHD, Singh D, Avtar R, Hwang GH, Setiadi T, Lo WH (2022) *Ann. Nucl. Energy* 166:108736. <https://doi.org/10.1016/j.anucene.2021.108736>
- [12]. Semenishchev VS, Voronina AV (2019) *Strontium Contamination in the Environment*: 25-42. https://doi.org/10.1007/978-3-030-15314-4_2
- [13]. Lee JJ, Arregui-Mena JD, Contescu CI, Burchell TD, Katoh Y, Loyalka SK (2020) *J Nucl Mater* 534:152119. <https://doi.org/10.1016/j.jnucmat.2020.152119>
- [14]. Fuks L, Herdzik-Koniecko I, Kiegiel K, Zakrzewska-Koltuniewicz G (2020) *Energies* 13(18):4638. <https://doi.org/10.3390/en13184638>
- [15]. Kulikov GG, Shmelev AN, Kruglikov AE, Apse VA, Kulikov EG (2020) *J Phys Conf Ser* 1689(1):012034. <https://doi.org/10.1088/1742-6596/1689/1/012034>

References

- [1]. Jyothi RK, De Melo LGTC, Santos RM, Yoon HS (2023) *Front Energy Res* 11:1132611. <https://doi.org/10.3389/fenrg.2023.1132611>
- [2]. «Atomnaya energiya» Internet newspaper, 31 Oct. (2023) Startup ThorCon Power will build

- [16]. Keppen JD (2020) Feasibility Study of a Thermal Spectrum Thorium Breeder Reactor Without Chemical Reprocessing. *ScholarsArchive@OSU*. https://ir.library.oregonstate.edu/concern/graduate_thesis_or_dissertations/1257b050k
- [17]. Uguru EH, Abdal Sani SF, Khandaker MU, Rabir MH, Karim JA, Onah DU, Bradley DA (2020) *Int J Energy Res* 45(8):12013-12028. <https://doi.org/10.1002/er.6000>
- [18]. Lee JC (2020) *Nuclear Reactor: Physics and Engineering*. John Wiley & Sons, Inc. <https://doi.org/10.1002/9781119582342>
- [19]. Clark AR, Mattingly J, Favorite JA (2020) *Nucl Sci Eng* 194(4):308-333. <https://doi.org/10.1080/00295639.2019.1698267>
- [20]. Hendrycks D, Burns C, Kadavath S, Arora A, Basart S, Tang E, Song D, Steinhardt J (2021) Measuring mathematical problem solving with the math dataset. <https://arxiv.org/abs/2103.03874>
- [21]. Kaiser G (2020) *Encyclopedia of mathematics education*: 553-561. https://doi.org/10.1007/978-3-030-15789-0_101
- [22]. Mohamadou Y, Halidou A, Kapen PT (2020) *Appl Intell* 50:3913-3925. <https://doi.org/10.1007/s10489-020-01770-9>
- [23]. Ashraf O, Rykhlevskii A, Tikhomirov GV, Huff KD (2020) *Ann Nucl Energy* 148:107656. <https://doi.org/10.1016/j.anucene.2020.107656>
- [24]. Ma Y, Min J, Li J, Liu S, Liu M, Shang X, Yu G, Huang S, Yu H, Wang K (2020) *Prog Nucl Energy* 122:103235. <https://doi.org/10.1016/j.pnucene.2019.103235>
- [25]. Ahmad H, Seadawy AR, Khan TA, Thounthong P (2020) *J Taibah Univ Sci* 14(1):346-358. <https://doi.org/10.1080/16583655.2020.1741943>
- [26]. Akinyemi L, Rezazadeh H, Yao SW, Akbar MA, Khater MM, Jhangeer A, Inc M, Ahmad H (2021) *Results Phys* 26:104411. <https://doi.org/10.1016/j.rinp.2021.104411>
- [27]. Zheng S (2020) *Nonlinear parabolic equations and hyperbolic-parabolic coupled systems*, Chapman and Hall/CRC. P. 272. <https://doi.org/10.1201/9780429154225>
- [28]. Singh OP (2021) *Physics of Nuclear Reactors*: 695-749. <https://doi.org/10.1016/B978-0-12-822441-0.00006-6>
- [29]. Ashraf O, Rykhlevskii A, Tikhomirov GV, Huff KD (2020) *Ann Nucl Energy* 137:107115. <https://doi.org/10.1016/j.anucene.2019.107115>
- [30]. Porcu G (2020) Analytical solution for the one group kinetic diffusion equation for the reflected reactor.
- [31]. Cowan JJ, Sneden C, Lawler JE, Aprahamian A, Wiescher M, Langanke K, Martínez-Pinedo G, Thielemann FK (2021) *Rev Mod Phys* 93(1):015002. <https://doi.org/10.1103/RevModPhys.93.015002>
- [32]. Inal OB, Charpentier JF, Deniz C (2022) *Renew Sustain Energy Rev* 156:111965. <https://doi.org/10.1016/j.rser.2021.111965>
- [33]. Xing H, Stuart C, Spence S, Chen H (2021) *J Clean Prod* 297:126651. <https://doi.org/10.1016/j.jclepro.2021.126651>
- [34]. Wang H, Matios E, Luo J, Li W (2020) *Chem Soc Rev* 49:3783-3805. <https://doi.org/10.1039/D0CS00033G>
- [35]. Alzoubi MA, Xu M, Hassani FP, Poncet S, Sasmito AP (2020) *Tunn Undergr Space Technol* 104:103534. <https://doi.org/10.1016/j.tust.2020.103534>
- [36]. Elazaka AI, Tikhomirov GV, Savander VI, Abdel-Rahman MA, Galahom AA (2022) *Int J Energy Res* 46(5):6112-6125. <https://doi.org/10.1002/er.7551>
- [37]. RajD, KannanU (2023) *Ann Nucl Energy* 188:109801. <https://doi.org/10.1016/j.anucene.2023.109801>
- [38]. Kaffezakis N, Kotlyar D (2020) *Nucl Technol* 206(1):48-72. <https://doi.org/10.1080/00295450.2019.1616475>
- [39]. Sinh Nguyen T, Wang X, Bromley BP (2022) *J Nucl Eng Radiat Sci* 8(3):031502. <https://doi.org/10.1115/1.4053691>
- [40]. Peng Y, Zhu G, Zou Y, Liu S, Xu H (2020) *Int J Energy Res* 44(10):8062-8073. <https://doi.org/10.1002/er.5004>
- [41]. Peralta ML, Gonzalez ME, Villarino E, Bea EA, Soba A (2021) *J Nucl Mater* 557:153279. <https://doi.org/10.1016/j.jnucmat.2021.153279>
- [42]. Mohsen MYM, Soliman AY, Abdel-Rahman MAE (2020) *Prog Nucl Energy* 130:103568. <https://doi.org/10.1016/j.pnucene.2020.103568>
- [43]. DeHart MD (2016) ORNL/TM-2005/39 II.
- [44]. Chandler D, Maldonado GI, Primm RT, Freels JD (2011) *Ann Nucl Energy* 38(11):2594-2605. <https://doi.org/10.1016/j.anucene.2011.06.002>
- [45]. Xoubi N, Soliman AY (2017) *Anns Nucl Energy* 109:667-674. <https://doi.org/10.1016/j.anucene.2017.06.007>
- [46]. Williamson RL (2011) *J Nucl Mater* 415(1):74-83. <https://doi.org/10.1016/j.jnucmat.2011.05.044>
- [47]. Williamson RL, Hales JD, Novascone SR, Tonks MR, Gaston DR, Permann CJ, Andrs D, Martineau RC (2012) *J Nucl Mater* 423(1-3):149-163. <https://doi.org/10.1016/j.jnucmat.2012.01.012>
- [48]. Berna GA, Beyer CE, Davis KL, Lanning DD (1997) FRAPCON-3: a Computer Code for the Calculation of Steady-state, Thermal-Mechanical Behavior of Oxide Fuel Rods for High Burn-up. NUREG/CR-6534, Idaho National Engineering and Environmental Laboratory. <https://doi.org/10.2172/576110>
- [49]. Liu R, Prudil A, Zhou W, Chan PK (2016) *Prog Nucl Energy* 91:38-48. <https://doi.org/10.1016/j.pnucene.2016.03.030>

- [50]. Aldebie F, Fernandez-Cosials K, Hassan Y (2024) Nucl Eng Des 420:113003. <https://doi.org/10.1016/j.nucengdes.2024.113003>
- [51]. Jiao G, Xia G, Zhu H, Zhou T, Peng M (2023) Ann Nucl Energy 192:110025. <https://doi.org/10.1016/j.anucene.2023.110025>
- [52]. Jiao G, Xia G, Wang J, Peng M (2024) Nucl Eng Technol 56(5):1698-1711. <https://doi.org/10.1016/j.net.2023.12.024>
- [53]. Duderstadt JJ, Hamilton LJ (1976) Nuclear Reactor Analysis, New York. John Wiley and Sons.
- [54]. Aufiero M, Cammi A, Fiorina C, Luzzi L, Sartori A (2013) Nucl Eng Des 256:14-27. <https://doi.org/10.1016/j.nucengdes.2012.11.019>
- [55]. Cammi A, Marcello VD, Luzzi L, Memoli V, Ricotti ME (2011) Ann Nucl. Energy 38(6):1356-1372. <https://doi.org/10.1016/j.anucene.2011.01.037>
- [56]. Wang Y, Chen J, Li D, Shi L, Chi H, Ma Y (2024) Nucl Eng Des 416:112746. <https://doi.org/10.1016/j.nucengdes.2023.112746>
- [57]. Hong SG, Cho NZ (1998) Ann Nucl Energy Vol. 25:547-565. [https://doi.org/10.1016/S0306-4549\(97\)00113-8](https://doi.org/10.1016/S0306-4549(97)00113-8)
- [58]. Deng L, Xie ZS, Zhang JM (1988) J Nucl Sci Technol 37:608-614. <https://doi.org/10.3327/jnst.37.608>

Mathematical models of thorium reactor core

A.A. Kalybay¹, B. Kurbanova¹, Z.A. Mansurov²,
A. Hassanein³, J. Alsar^{1,4}, Z. Insepov^{1,3}

¹Nazarbayev University Research and Innovation System (NURIS), Nazarbayev University, 53, Kabanbay Batyr ave., Astana, Kazakhstan

²Institute of Combustion Problems, 172, Bogenbay Batyr str., Almaty, Kazakhstan

³School of Nuclear Engineering, Purdue University, West Lafayette, IN, USA.

⁴Nanocomposite LTD, 54, Uly Dala ave., Astana, Kazakhstan

ABSTRACT

Interest in using thorium as an alternative fuel for nuclear reactors has grown rapidly over the past decade. The minimally efficient way to use thorium is to add small amounts of thorium oxide (ThO₂) to conventional uranium-based oxide fuel. A more complex but more advantageous way to use thorium oxide is in fast neutron systems with a specially configured core and a fertile layer around it. If some

increase in the breeding ratio is required, nitride or carbide fuel can be used instead of oxide fuel. The development and advancement of this area depends on additional research into the characterization of the basic properties, modeling and calculation of various such systems, and the development of technological methods and equipment.

Keywords: thorium, thorium nuclear reactor, subcritical nuclear reactor, theoretical calculation models

Торий реакторының ядросының математикалық модельдері

А.А. Калыбай¹, Б. Курбанова¹, З.А. Мансуров²,
А. Хасанейн³, Ж. Алсар^{1,4}, З. Инсепов^{1,3}

¹Nazarbayev University Research and Innovation System (NURIS), Назарбаев Университеті, Қабанбай батыр даңғылы, 53, Астана, Қазақстан

²Жану проблемалары институты, Бөгенбай батыр к-сі, 172, Алматы, Қазақстан

³Ядролық инженерия мектебі, urdue University, West Lafayette, IN, USA.

⁴Nanocomposite LTD, Ұлы Дала даңғылы, 54, Астана, Қазақстан

АНДАТПА

Соңғы онжылдықта торийді ядролық реакторлар үшін балама отын ретінде пайдалануға үлкен қызығушылық болды. Торийді пайдаланудың ең аз тиімді жолы - кәдімгі уран негізіндегі оксидті отынға аз мөлшерде торий оксидін (ThO₂) қосу. Торий оксидін қолданудың анағұрлым күрделі, бірақ тиімді әдісі белсенді аймақтардың ерекше конфигурациясы және олардың айналасындағы құнарлы қабаты бар жылдам нейтрондық жүйелерді қолдану болып табылады. Көбею коэффициентін аздап арттыру қажет болса, оксидті отынның орнына нитридті немесе карбидті отынды қолдануға болады. Бұл бағытты дамыту үшін әртүрлі ұқсас жүйелердің негізгі қасиеттерін сипаттау, модельдеу және есептеу, сондай-ақ технологиялық әдістер мен жабдықтарды жасау үшін қосымша зерттеулер қажет.

Түйін сөздер: торий, торий ядролық реакторы, субкритикалық ядролық реактор, теориялық есептеу модельдері