

УДК 536.71

**МОДЕЛИРОВАНИЕ АВТОКОЛЕБАНИЙ В ПРОЦЕССАХ ХОЛОДНОПЛАМЕННОГО  
ОКИСЛЕНИЯ УГЛЕВОДОРОДОВ****В.И. Быков, С.Б. Цыбенкова**Институт биохимической физики им. Н.М. Эмануэля РАН,  
119334, ул. Косыгина, д. 4, Москва**Аннотация**

В работе приведена простейшая (базовая) модель горения смеси двух углеводородов. На основе развитых подходов параметрического анализа построены зависимости стационарных состояний от всех безразмерных параметров. В том числе рассчитаны бифуркационные кривые кратности и нейтральности, которые в пространстве параметров позволяют выделить области множественности стационарных состояний и смены их типа устойчивости. Найдены условия возникновения трех и пяти стационарных состояний, а также автоколебательных режимов горения. Показано, что качество смеси углеводородов (соотношение их парциальных давлений) существенно влияет на стационарные и осциллирующие режимы горения.

**Ключевые слова:** математическая модель, горение смеси углеводородов, параметрический анализ, множественность стационарных состояний, автоколебания.

**Введение**

Хорошо известно, что при низкотемпературном окислении углеводородов возможны критические явления – множественность стационарных состояний, гистерезисы, автоколебания и т.п. [1–4]. Например, в холодных пламенах смесей изооктана и н-гептана обнаружены осцилляционные режимы, характеристики которых зависят от качества смеси [5, 6]. В частности, амплитуда и период автоколебаний концентраций реагентов меняются при изменении состава смеси углеводородов, что позволяет предложить экспресс-методику определения октанового числа реальных топлив [7, 8].

В серии публикаций [9–12] развита техника параметрического анализа ряда базовых математических моделей кинетики и термокинетики [12]. В данной работе проведен параметрический анализ безразмерной математической модели горения смеси двух углеводородов в проточном реакторе идеального смешения. Анализируемая модель представляет собой систему трех нелинейных обыкновенных дифференциальных уравнений, что требует развития специального программно-математического обеспечения.

В качестве примера расчетов, иллюстрирующих общую схему параметрического анализа, рассматриваются две реакции холодно-

пламенного окисления смеси н-гептана и изооктана. Использование бифуркационных кривых, найденных для безразмерной модели, позволило построить области множественности стационарных состояний и автоколебаний в различных областях реальных параметров (например, начальная температура смеси – концентрация кислорода). При этом варьирование качества смеси позволяет установить его четкую корреляцию с характеристиками осцилляций, что хорошо соответствует наблюдаемым экспериментальным данным.

**Размерная модель горения смеси двух углеводородов в реакторе идеального смешения**

Предположим, что процесс протекает по схеме



где  $A_1$  и  $A_2$  – изооктан и н-гептан соответственно;  $O_2$  – кислород;  $P$  – продукты горения.

Здесь и далее предполагается, что кислород в избытке, т.е. концентрация  $O_2$  постоянная.

Математическая модель реактора идеального смешения для (1) имеет вид:

$$\begin{aligned}
 V \frac{dX_1}{dt} &= -Vk_1(T)X_1 + q(X_1^0 - X_1), \\
 V \frac{dX_2}{dt} &= -Vk_2(T)X_2 + q(X_2^0 - X_2), \\
 \rho C_p V \frac{dT}{dt} &= (-\Delta H_1)Vk_1(T)X_1 + (-\Delta H_2)Vk_2(T)X_2 + q\rho C_p(T_0 - T) + hS(T_x - T),
 \end{aligned}
 \tag{2}$$

где  $k_i(T) = k_i^0 \exp(-E/RT)$ ,  $i=1, 2$  – константы скорости реакции;

$k_i^0$  – предэкспоненциальный множитель;

$E_i$  – энергия активации;

$R$  – универсальная газовая постоянная;

$X_i, X_i^0$  – текущие и входные концентрации изооктана и н-гептана;

$T_x$  – температура холодильника;

$T, T_0$  – текущая и входная температуры реакционной смеси;

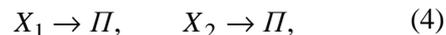
$V$  – объем реактора;

$q, \rho, C_p$  – объемный расход, плотность и теплоемкость реакционной смеси;

$S, h$  – площадь и коэффициент теплопередачи;  $(-\Delta H_i)$  – тепловой эффект реакции;  $t$  – время.

### Параметрический анализ безразмерной модели

В соответствии с процедурой введения безразмерных параметров по Франк-Каменецкому [13], безразмерная модель для двух необратимых реакций первого порядка



может быть записана в виде:

$$\begin{aligned}
 \frac{dx_1}{d\tau} &= f_1(y)(1-x_1) - x_1, \\
 \frac{dx_2}{d\tau} &= f_2(y)(1-x_2) - x_2, \\
 \frac{dy}{d\tau} &= \beta_1 f_1(y)(1-x_1) + \beta_2 f_2(y)(1-x_2) + (1-y) - s(y-\bar{y}),
 \end{aligned}
 \tag{5}$$

где  $x_1, x_2$  – концентрации веществ  $X_1, X_2$ ;

$y$  – температура,

$\tau$  – безразмерное время,

$$f_i(y) = Da_i \exp(\gamma_i(1-1/y)), \quad i = 1, 2,$$

$Da_i, \gamma_i, \beta_i, s, \bar{y}$  – безразмерные параметры по Франк-Каменецкому.

В предположении совпадения начальных условий с характеристиками на входе в реактор начальные данные для модели (5) запишутся так:

$$x_1(0) = x_2(0) = 0, \quad y(0) = \frac{1+s\bar{y}}{1+s}.$$

В частности, при  $\bar{y} = 1$  (что соответствует равенству температур на входе и стенок реактора) имеем  $y(0) = 1$ .

Математическая модель (5) является системой трех дифференциальных уравнений с параметрами. В соответствии с процедурой

параметрического анализа для нее необходимо: исследовать зависимости стационарных состояний от параметров; построить бифуркационные кривые, которые позволяют в различных плоскостях двух параметров выделить области, различающиеся числом и устойчивостью стационарных состояний; провести анализ изменения этих областей при варьировании третьего параметра; построить фазовые портреты исходной динамической системы; исследовать зависимости решений от времени. По сравнению с динамическими системами на плоскости (две фазовые переменные) параметрический анализ трехмерных систем является более трудной задачей, и соответствующая процедура требует существенной модификации [14–21].

### Стационарные состояния

Приравняв к нулю правые части уравнений системы (5), получим для стационарных значений концентраций и температуры следующие выражения:

$$x_1 = \frac{f_1(y)}{1 + f_1(y)}, \quad x_2 = \frac{f_2(y)}{1 + f_2(y)}, \quad (6)$$

$$F(y, p) = \frac{\beta_1 f_1(y)}{1 + f_1(y)} + \frac{\beta_2 f_2(y)}{1 + f_2(y)} + 1 - y - s(y - \bar{y}) = 0.$$

Зависимости стационарных состояний от параметров определяются из равенства (6), которое представляет собой равенство функций тепловыделения и теплоотвода. Для их построения достаточно записать уравнение стационарности (6) относительно параметров в виде  $p = p(y)$  ( $p$  – параметр), т.е. построить зависимости, обратные к искомому  $y = y(p)$ .

### Параметрические зависимости

Зависимости стационарных состояний от параметров строятся в соответствии с развитой ранее процедурой параметрического анализа [9–11]. Из уравнения стационарности (6) запишем в явном виде некоторые параметрические зависимости:

$$\beta_1(y) = \left( s(y - \bar{y}) + y - 1 - \frac{\beta_2 f_2(y)}{1 + f_2(y)} \right) \frac{1 + f_1(y)}{f_1(y)},$$

$$Da_1(y) = \frac{s(y - \bar{y}) + y - 1 - \beta_2 f_2(y)/(1 + f_2(y))}{e_1(y)(\beta_1 + \beta_2 f_2(y))/(1 + f_2(y)) + 1 - y - s(y - \bar{y})},$$

$$s(y) = \left( \frac{\beta_1 f_1(y)}{1 + f_1(y)} + \frac{\beta_2 f_2(y)}{1 + f_2(y)} + 1 - y \right) \frac{1}{y - \bar{y}},$$

$$\gamma_1(y) = \frac{y}{y - 1} \ln \left( \frac{s(y - \bar{y}) + y - 1 - \beta_2 f_2(y)/(1 + f_2(y))}{Da_1(\beta_1 + \beta_2 f_2(y))/(1 + f_2(y)) + 1 - y - s(y - \bar{y})} \right), \quad (7)$$

$$\bar{y}(y) = \frac{\beta_1 f_1(y)}{1 + f_1(y)} + \frac{\beta_2 f_2(y)}{1 + f_2(y)} + \frac{1 - y}{s} - y,$$

где  $e_1(y) = \exp(\gamma_1(1 - 1/y))$ .

Аналогично можно записать выражения для параметров  $Da_2$ ,  $\gamma_2$ ,  $\beta_2$ . Некоторые примеры построения параметрических зависимостей представлены на рис. 1–2 при варьировании второго параметра.

Зависимости стационарной температуры  $y$  от параметра  $\bar{y}$  в соответствии с (7) при варьировании параметра  $\gamma_1$  представлены на рис. 1.

Отметим, что здесь существует до пяти стационарных состояний, которые возникают при суперпозиции двух экспонент в температурных зависимостях.

На рис. 2 приведены зависимости  $y(\gamma_1)$  при варьировании параметра  $s$ .

### Устойчивость стационарных состояний

Как известно [14], тип устойчивости стационарного состояния динамической системы определяется корнями характеристического уравнения

$$\lambda^3 + \sigma\lambda^2 + \delta\lambda + \Delta = 0, \quad (8)$$

где

$$\sigma = -(a_{11} + a_{22} + a_{33}),$$

$$\delta = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} a_{11} & a_{13} \\ a_{31} & a_{33} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} a_{22} & a_{23} \\ a_{32} & a_{33} \end{vmatrix},$$

$$\Delta = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix},$$

величины  $a_{ij}$  – элементы матрицы Якоби правых частей динамической системы.

Тип устойчивости стационарных состояний зависит от знака вещественных частей корней (8) согласно критерию Рауса-Гурвица [14] число корней (8) с положительной действительной частью (неустойчивость) равно числу перемен знака в последовательности

$$1, \sigma, \xi = \sigma\delta - \Delta, \Delta.$$

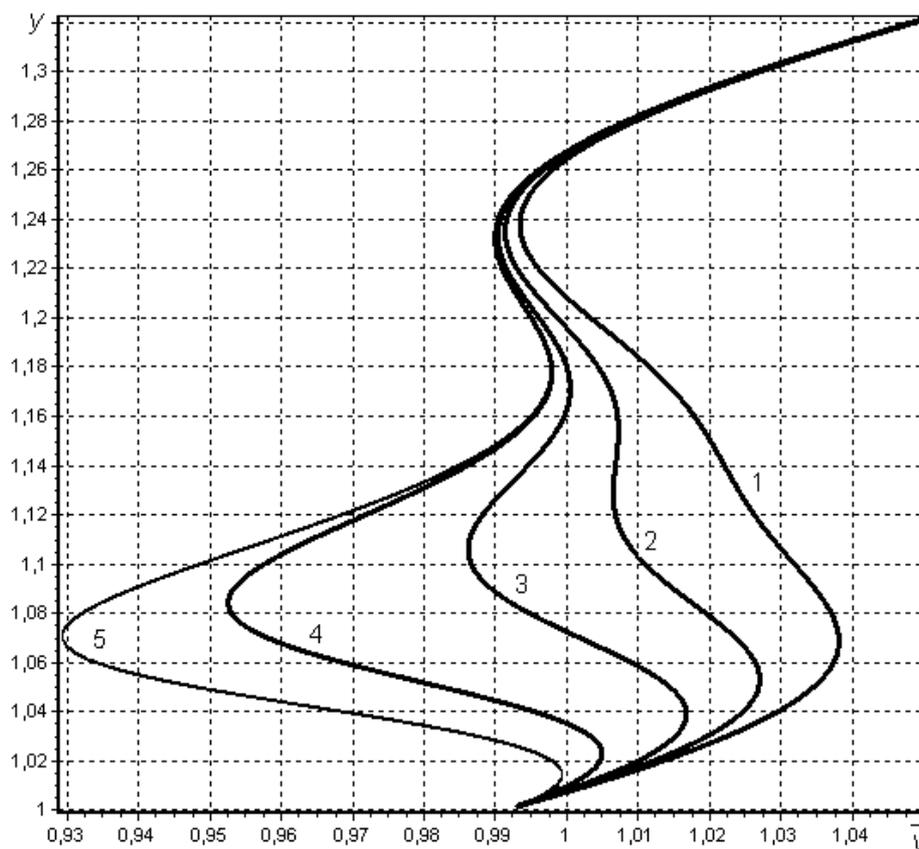


Рис. 1. Параметрические зависимости  $y (\bar{y})$  при  $\beta_1 = 0.39, \beta_2 = 0.5, \gamma_2 = 40, Da_1 = 0.04, Da_2 = 0.001, s = 2$ :  
1)  $\gamma_1 = 38$ ; 2) 43; 3) 50; 4) 65; 5) 80.

Поэтому число и устойчивость стационарных состояний меняется при перемене знака величин  $\sigma, \xi$ . Например, если существует единственное и неустойчивое стационарное состояние, то в силу специфики модели (5) наблюдаются автоколебания.

#### Кривые кратности

Смена знака  $\Delta$  означает изменение числа стационарных состояний, а равенство  $\Delta = 0$

отвечает кратным корням уравнения стационарности (6). В плоскости двух параметров, например,  $(\beta_1, Da_1)$ , выделим области, которые отличаются числом стационарных состояний. Для построения границ этих областей необходимо совместно решить систему уравнений

$$\begin{aligned} F(y, Da_1, \beta_1) &= 0, \\ \Delta(y, Da_1, \beta_1) &= 0. \end{aligned} \quad (9)$$

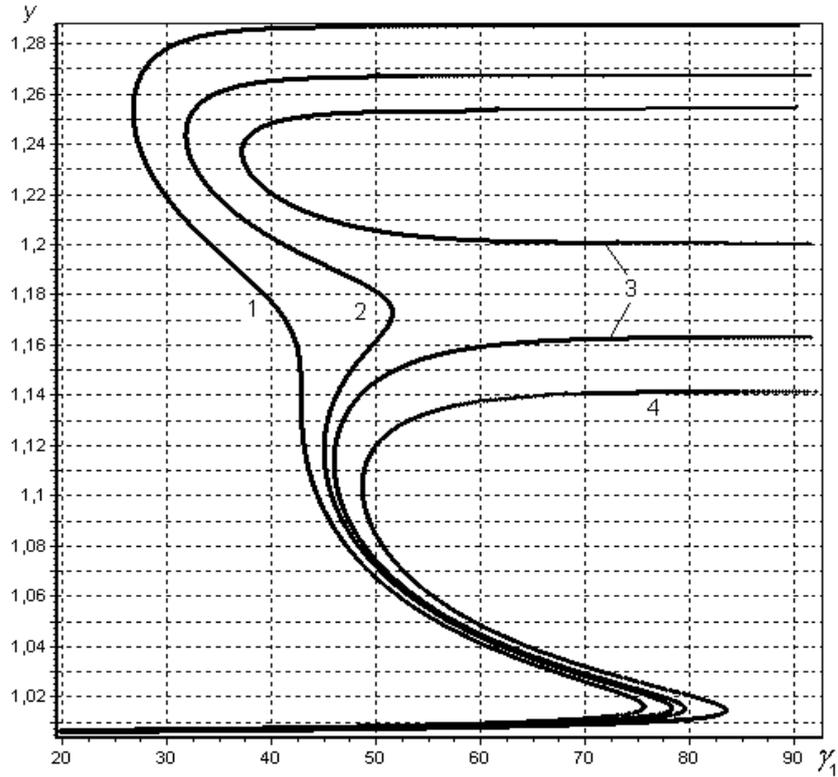


Рис. 2. Параметрические зависимости  $y(\gamma_1)$  при  $\beta_1 = 0.39, \beta_2 = 0.5, \gamma_2 = 40, Da_1 = 0.04, Da_2 = 0.001, \bar{y} = 1$ :  
 1)  $s = 1.9$ ; 2) 2; 3) 2.05; 4) 2.2.

Из уравнения стационарности (5) имеем  $\beta_1 = \beta_1(y, Da_1)$  в виде (7). После подстановки во второе уравнение системы (9) и выделения параметра  $Da_1$ , имеем  $Da_1 = Da_1(y)$ , поэтому кри-

вая кратности стационарных состояний  $L_\Delta$  в плоскости параметров  $(\beta_1, Da_1)$  может быть записана в явном виде:

$$L_\Delta(Da_1, \beta_1): \quad Da_1 = \frac{(s+1)(1+f_2(y)) - (\gamma_2/y^2)A - (\gamma_1/y^2)(1+f_2(y))(s(y-\bar{y}) + y - 1 - A)}{e_1(y)(\gamma_2/y^2)A - (s+1)(1+f_2(y))}, \quad (10)$$

$$\beta_1 = \beta_1(y, Da_1),$$

где  $A = \beta_2 f_2(y)/(1+f_2(y))$ .

Здесь  $y$  меняется как параметр. Аналогично удается в параметрическом виде записать

кривые кратности и в других плоскостях параметров. Приведем здесь лишь некоторые из них:

$$L_\Delta(\bar{y}, \beta_1): \quad \bar{y} = y + (y - 1 - A)/s + \gamma_2(1+f_1(y))A/(\gamma_1 s(1+f_2(y))) - y^2(s+1)(1+f_1(y))/(\gamma_1 s),$$

$$\beta_1 = \beta_1(y, \bar{y}), \quad (11)$$

$$L_\Delta(\beta_1, s): \quad s = \frac{(1+f_1(y))(1+f_2(y)) - (\gamma_1/y^2)(1+f_2(y))(y-1-A) - (\gamma_2/y^2)(1+f_1(y))A}{(\gamma_1/y^2)(y-\bar{y})(1+f_2(y)) - (1+f_1(y))(1+f_2(y))},$$

$$\beta_1 = \beta_1(y, \bar{y}).$$

Для тех комбинаций параметров, для которых затруднительно получить явные выражения кривых  $L_\Delta$ , можно применить графическую процедуру построения. Кратко эта процедура заключается в следующем: строится

серия параметрических зависимостей типа (7) при варьировании какого-либо параметра и параллельно считается величина  $\Delta$ . При смене знака  $\Delta$  соответствующие значения параметров наносятся на выделенную плоскость.

Результат построения по явным формулам дан на рис. 3, где цифрами указаны области с одним, тремя и пятью стационарными состояниями. Область с пятью стационарными состояниями достаточно узкая. При варьирова-

нии третьего параметра эта область может возникать или исчезать. Наиболее характерная ситуация множественности стационарных состояний – это три стационарных состояния.

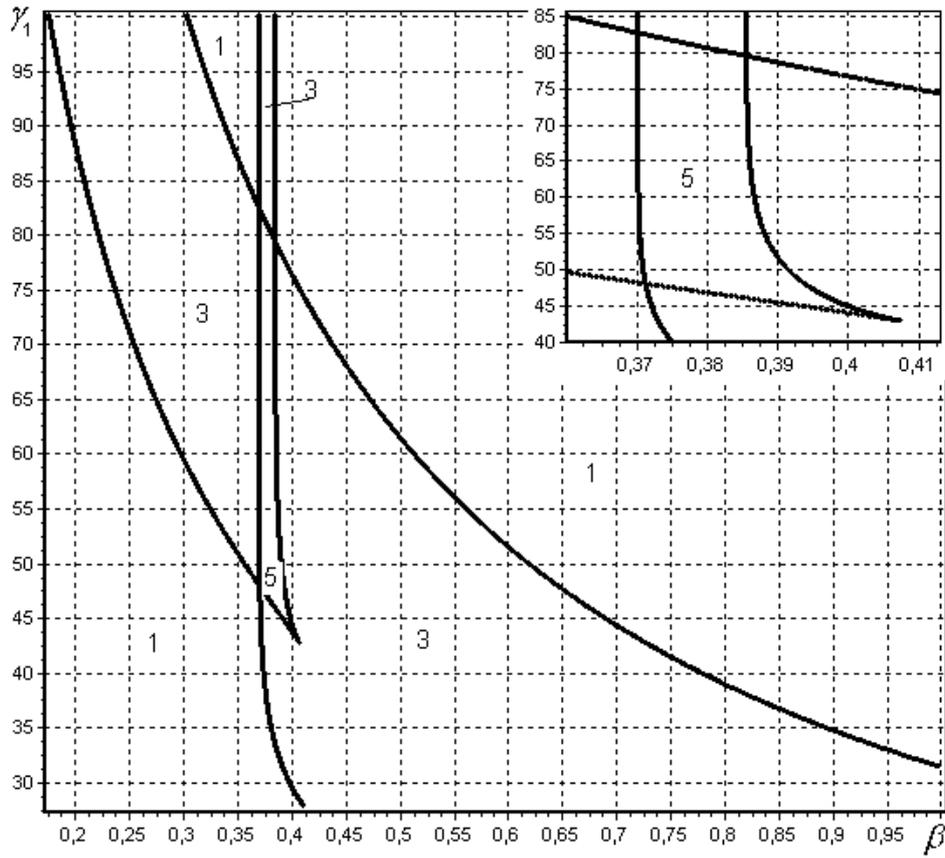


Рис. 3. Кривые кратности ( $L_{\Delta}$ ) на плоскости параметров ( $\beta_1, \gamma_1$ ) при  $\beta_2 = 0.5, \gamma_2 = 40, Da_1 = 0.04, Da_2 = 0.001, s = 2, \bar{y} = 1$ . Цифрами на рисунке показано число стационарных состояний в данной области параметров

**Кривые нейтральности**

Смена типа устойчивости стационарных состояний происходит при переходе через ноль значений  $\sigma, \xi, \Delta$ , поэтому наряду с  $L_{\Delta}$

важно построить кривые нейтральности  $L_{\sigma}, L_{\xi}$ . Используя специфику системы (5), выражения для построения кривых нейтральности  $L_{\sigma}$  так же, как и  $L_{\Delta}$  можно записать в явном виде:

$$L_{\sigma}(Da_1, \beta_1): \quad Da_1 = \frac{\gamma_1(s(y - \bar{y}) + y - 1) / y^2 - A(\gamma_1 - \gamma_2) / y^2 - f_2(y) - s - 3}{e_1(y)},$$

$$\beta_1 = \beta_1(y, Da_1),$$

$$L_{\sigma}(\bar{y}, \beta_1): \quad \bar{y} = y + (y - 1) / s - A(\gamma_1 - \gamma_2) / (\gamma_1 s) - (f_1(y) + f_2(y) + s + 3) y^2 / (\gamma_1 s), \quad (12)$$

$$\beta_1 = \beta_1(y, \bar{y}),$$

$$L_{\sigma}(\beta_1, s): \quad s = \frac{\gamma_1(y - 1) - A(\gamma_1 - \gamma_2) - y^2(f_1(y) + f_2(y) + 3)}{y^2 - \gamma_1(y - \bar{y})},$$

$$\beta_1 = \beta_1(y, \bar{y}).$$

Кривые  $L_\sigma$  для других комбинаций параметров, а также бифуркационные кривые  $L_\xi$  в явном виде записать затруднительно, поэтому они могут быть построены, как и выше, графическим способом.

Один вариант расчета  $L_\sigma$  представлен на рис. 4. Внутри петли кривой нейтральности стационарных состояний может быть единственным и неустойчивым.

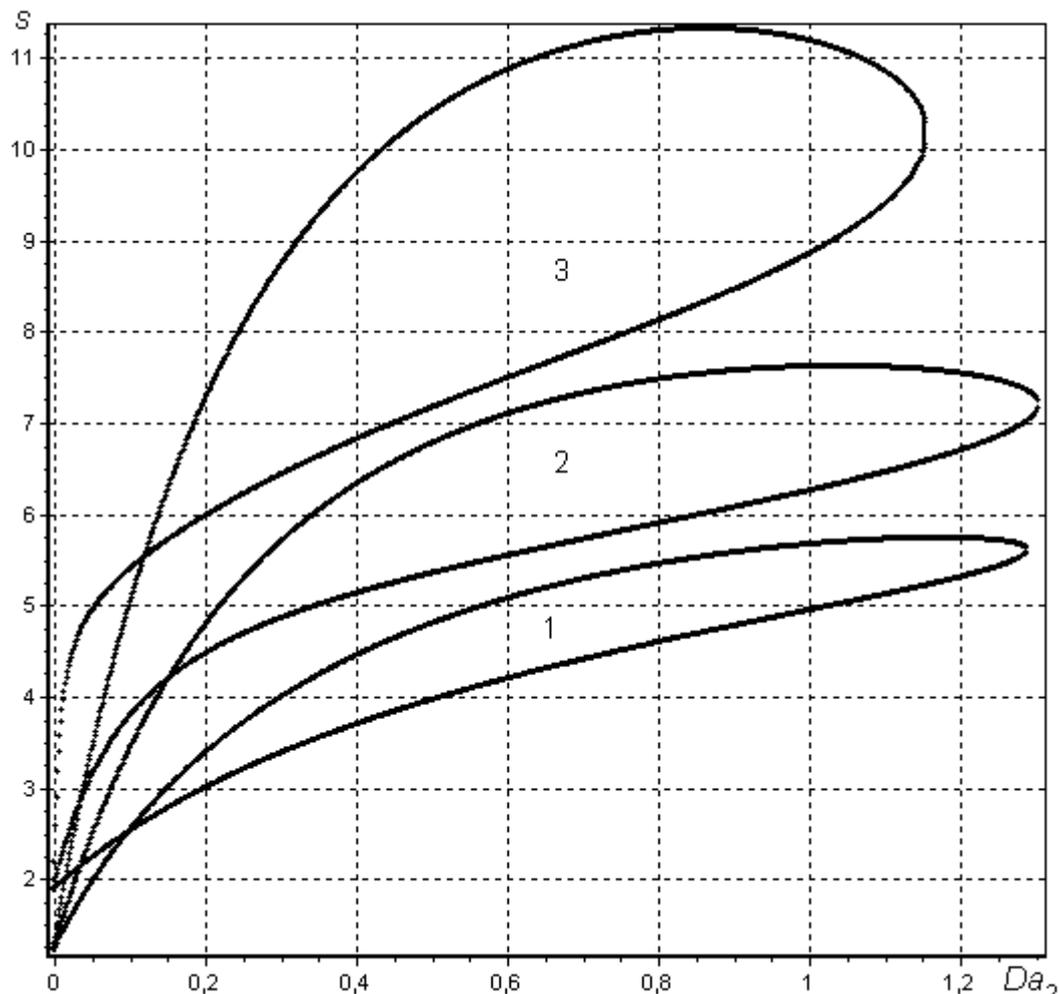


Рис. 4. Кривые нейтральности на плоскости параметров  $(Da_2, s)$  при  $\beta_1 = 0.39$ ,  $\beta_2 = 0.5$ ,  $\gamma_1 = 50$ ,  $Da_1 = 0.04$ ,  $\bar{y} = 1$ : 1)  $\gamma_2 = 5$ ; 2) 20; 3) 40.

### Параметрический портрет

Построение кривых локальных бифуркаций  $L_\Delta$ ,  $L_\sigma$ ,  $L_\xi$  на одной из выбранных плоскостей безразмерных параметров позволяет получить параметрический портрет (5), на котором можно выделить области параметров, при которых существуют несколько стационарных состояний, в том числе области осциллирующих режимов окисления. Как показывают расчеты, автоколебания в системе (5) возникают с большей вероятностью для параметров, при которых существует единственное и неустойчивое стационарное состояние. Возможны и другие условия существования осцилляций, например, наличие трех неустойчивых стационарных состояний.

Однако, области параметров, при которых они реализуются, являются достаточно узкими.

### Фазовые портреты

Наглядным представлением динамики модели (5) служат фазовые портреты системы. Одна из проекций трехмерного фазового пространства на фазовую плоскость  $(x_2, y)$  представлена на рис. 5. В случае единственного и неустойчивого стационарного состояния с любых начальных данных фазовые траектории «наматываются» на предельный цикл, что отвечает существованию незатухающих колебаний концентраций и температуры.

Своя специфика динамики существует для трех и пяти стационарных состояний. В этих случаях все фазовое пространство расслаивается на области притяжения устойчивых стационарных состояний. Такая «стратификация»

концентраций и температур приводит к необходимости специального регулирования начальных данных с целью реализации того или иного стационарного состояния.

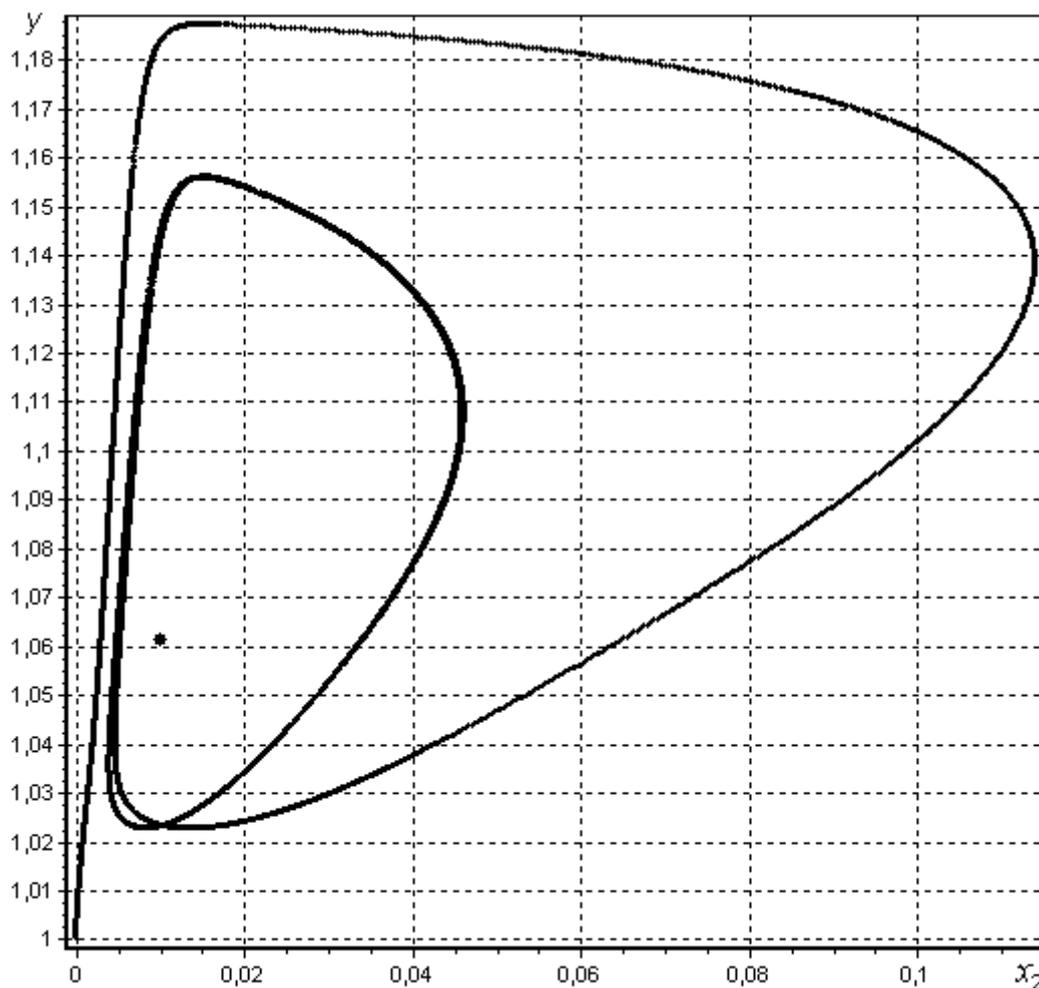


Рис. 5. Проекция фазового портрета на плоскость  $(x_2, y)$  для единственного неустойчивого стационарного состояния при  $\beta_1 = 0.25$ ,  $\beta_2 = 0.5$ ,  $\gamma_1 = 50$ ,  $\gamma_2 = 40$ ,  $Da_1 = 0.14$ ,  $Da_2 = 0.001$ ,  $\bar{y} = 1$ ,  $s = 2$ .

### **Временные зависимости**

Характеристики релаксационных процессов в системе (5) могут быть оценены при построении временных зависимостей  $x_i(\tau)$ ,  $y(\tau)$ . В частности, осциллирующие решения характе-

ризуются медленными и быстрыми движениями (см. рис. 6). Кратковременные всплески температуры чередуются с относительно медленными изменениями концентраций реагентов.

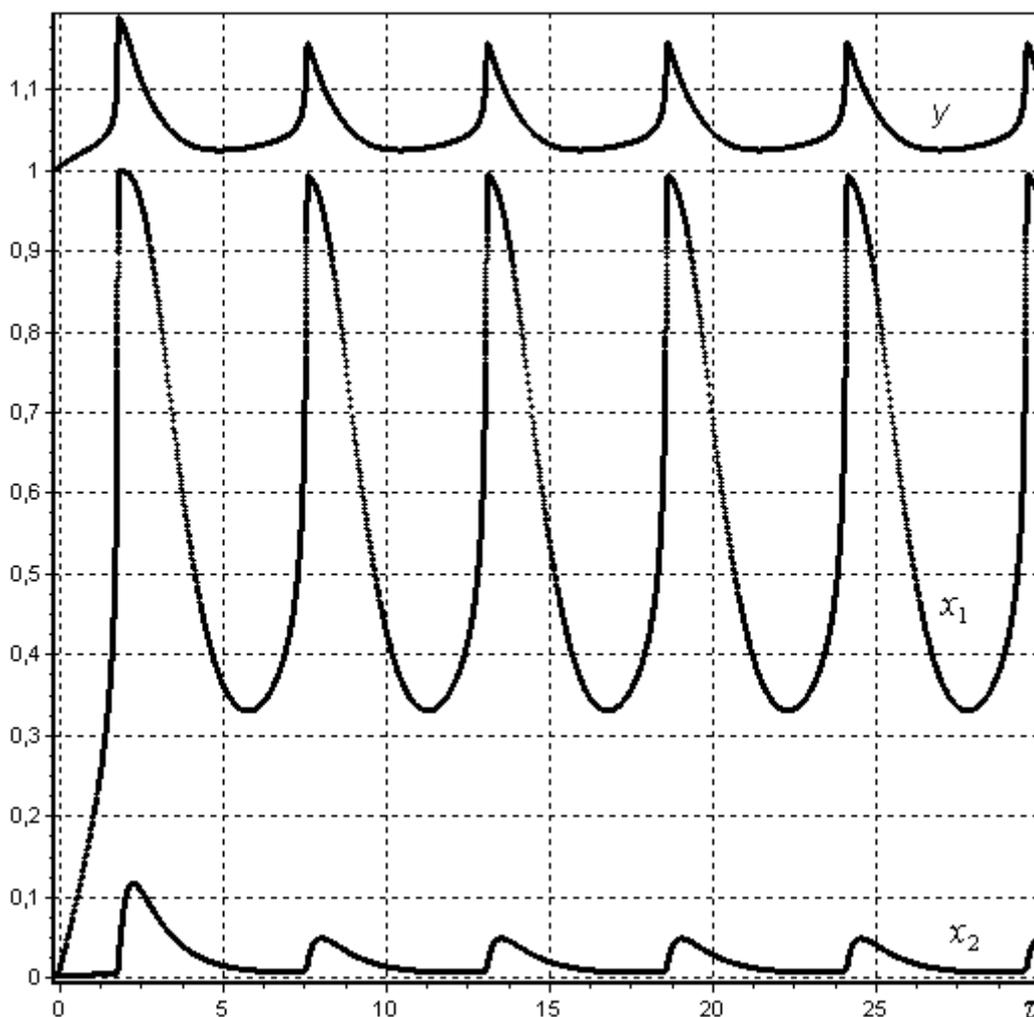


Рис. 6. Временные зависимости  $x_1(\tau)$ ,  $x_2(\tau)$ ,  $y(\tau)$ . Значения параметров соответствуют рис. 5.

### Заключение

Для термокинетической модели окисления смеси двух углеводородов (5) проведен параметрический анализ стационарных состояний. Построены зависимости стационарных концентраций реагентов и температуры смеси от различных безразмерных параметров. Выявлены условия существования одного, трех и пяти стационарных состояний. На основе использования специфики модели уравнения бифуркационных кривых смены числа и типа устойчивости стационарных состояний выписаны в явном виде. Предложена эффективная процедура численного построения параметрического портрета локальных бифуркаций в различных плоскостях параметров, что позволяет выделить области, где существует множественность стационарных состояний и автоколебания.

Варьирование параметров позволяет дать априорные оценки влияния качества смеси (отношение топливо-окислитель и соотношение двух углеводородов) на условия возникновения осцилляций и характеристик этих нестационарных режимов горения. Заметим, что переходные процессы (режимы зажигания) могут быть существенно разными. Как правило, они носят достаточно монотонный характер. Однако при определенных значениях параметров режим зажигания может характеризоваться существенным температурным забросом (жесткое зажигание или взрыв). Проведенный параметрический анализ позволяет априори выделить различные типы поведения реактора, в котором возможны критические явления, такие как множественность стационарных состояний, осцилляции и высокотемпературные переходные режимы.

Безразмерная форма динамической модели (5) и ее соответствующие параметрические

портреты позволяют легко пересчитывать условия существования критических явлений для реальных условий осуществления эксперимента в реакторе идеального смешения. В частности, установлено, что качество смеси углеводородов (их отношение начальных концентраций) существенно влияет на период и амплитуду возможных осцилляций.

Полученные результаты параметрического анализа рассмотренных базовых моделей холоднопламенного окисления углеводородов позволяют не только дать количественные оценки условий возникновения осциллирующих режимов, но и выработать понимание природы возникновения существенно нелинейных и нестационарных режимов холоднопламенного горения индивидуальных углеводородов и их смесей.

*Работа поддержана РФФИ, грант №16-03-00123А (2016–2018 гг).*

## Литература

1. Mansurov Z.A. Cool sooting flames of hydrocarbons // *Journal of Thermal Science*. – 2001. – №3(10). – P. 269–280.
2. Манташян А.А., Бернатосян С.Г. Явления осцилляций при окислении пропана, пропилена и их смесей // *Хим. физика*. – 1983. – №2(2). – С. 1064–1072.
3. Мансуров З.А., Матафонов А.А., Пестерев В.И. Осцилляции в холодных пламенах бутана // *Хим. физика*. – 1988. – №8(7). – С. 1152–1160.
4. Мансуров З.А., Бодыков Д.У. О природе радикалов холоднопламенного окисления гексана // *Хим. физика*. – 1988. – №10(7). – С. 1430–1431.
5. Степанский Я.Ю., Яблонский Г.С., Быков В.И. Исследование зависимостей характеристик процесса холоднопламенного окисления углеводородных смесей от их октановых чисел // *Физика горения и взрыва*. – 1982. – №1(18). – С. 57–61.
6. Быков В.И., Пушкарева Т.П., Степанский Я.Ю. Моделирование автоколебаний в процессе холоднопламенного горения н-гептан-изооктан в реакторе идеального смешения // *Физика горения и взрыва*. – 1987. – №2(25). – С. 21–27.
7. Степанский Я.Ю., Евмененко Н.П., Яблонский Г.С. Корреляция между октановым числом и некоторыми параметрами окисления бензинов // *Химия и технология топлив и масел*. – 1980. – №8(12). – С. 54–56.
8. Пушкарева Т.П., Быков В.И. Параметрический анализ моделей горения смесей двух углеводородов в проточном реакторе идеального смешения // *Физика горения и взрыва*. – 1991. – №2(29). – С. 28–35.
9. Быков В.И. Моделирование критических явлений в химической кинетике. – М.: КомКнига, 2007. – 328 с.
10. Быков В.И., Цыбенкова С.Б. Модель термо-кинетических осцилляций на поверхности катализатора // *Журнал физической химии*. – 2003. – №9(77). – С. 1402–1405.
11. Быков В.И., Цыбенкова С.Б. Нелинейные модели химической кинетики. – М.: КРАСАНД, 2010. – 400 с.
12. Быков В.И., Цыбенкова С.Б. Параметрический анализ базовых моделей кинетики // *Журнал физической химии*. – 2009. – №4(83). – С. 491–497.
13. Франк-Каменецкий Д.А. Диффузия и теплопередача в химической кинетике. – М.: Наука, 1987. – 502 с.
14. Вольтер Б.В., Сальников И.Е. Устойчивость работы химических реакторов. – Л.: Химия, 1981. – 186 с.
15. Быков В.И., Цыбенкова С.Б., Слинько М.Г. Бифуркации Андронова-Хопфа в модели Ариса-Амундсона // *Доклады АН*. – 2001. №2(378). – С. 214–217.
16. Быков В.И., Цыбенкова С.Б., Слинько М.Г. Опасные и безопасные границы критических явлений в кинетике экзотермических реакций // *Доклады АН*. – 2001. – №3(378). – С. 355–358.
17. Быков В.И., Цыбенкова С.Б. Параметрический анализ простейшей модели теплового взрыва – модели Зельдовича-Семенова // *Физика горения и взрыва*. – 2001. – №5(37). – С. 36–48.
18. Быков В.И., Цыбенкова С.Б. Параметрический анализ модели проточного реактора идеального смешения // *Теор. осн. хим. технологии*. – 2003. – №1(37). – С. 64–75.
19. Быков В.И., Цыбенкова С.Б. Модификация метода продолжения по параметру для одного уравнения // *Вычислительные технологии*. – 2001. – №4(6). – С. 9–15.
20. Быков В.И., Цыбенкова С.Б. Реализация метода продолжения по параметру для системы двух уравнений // *Вычислительные технологии*. – 2002. – №5(7). – С. 21–28.
21. Холодниок М., Клич А., Кубичек М., Марек М. Методы анализа нелинейных динамических моделей. – М.: Мир, 1991. – 368 с.

**КӨМІРСУТЕКТЕРДІҢ ТОТЫҒУ ПРОЦЕСТЕРІНЕ СУЫҚ-ТЕРБЕЛІС МОДЕЛЬДЕУ****В.И.Быков, С.Б.Цыбенова**Н.М. Эмануэля атындағы Биохимиялық физика институты, РАН  
119334, Москва қ., Косыгина к., ү. 4**Аннотация**

Бұл жұмыста екі көмірсутекті қоспаның қарапайым жану моделі көрсетілген. Параметрлік талдау негізінде барлық өлшемсіз параметрлердің стационарлы жағдайларының тәуелділіктері әзірленді. Оның ішінде бифуркациялық қисықтардың еселігімен бейтараптық күйі есептелген, бұл нәтижелер кеңістіктегі параметрлерің көптеген стационарлық мүмкіндіктерімен тұрақтылығының түрін өзгертуге жол ашады. Үш немесе бес стационарлық күй туындайтын, сондай-ақ өзін-өзі тербелмелі жану режимін орындайтын жағдайлар табылды. Көмірсутегі қоспасының сапасы (ішінара қысым қатынасы) стационарлық және ауытқып жану режимдеріне әсер ететіні көрсетіледі.

**Түйінді сөздер:** математикалық модель, көмірсутектер қоспасың жануы, параметрлік талдау, стационарлық күй, өздігінен тербеліс.

---

**SIMULATION OF SELF-EXCITED OSCILLATIONS IN THE PROCESSES OF OXIDATION OF HYDROCARBONS****V.I. Bikov, S.B. Tsibenova**N.M. Emanuel Institute of biochemical physics RAS,  
119334, Moscow, Kosygin st., h. 4**Abstract**

The work shows the simplest combustion model (Basic) a mixture of two hydrocarbons. On the basis of the developed approaches parametric analysis built according the stationary states from all dimensionless parameters. Including calculated bifurcation curves multiplicity and neutrality, which in the space of parameters allow you to select the region of the plurality of stationary States and change their type of sustainability. Found the conditions for stationary states of three and five, as well as burning regimes self-oscillatory. It is shown that the quality of mixture of hydrocarbons (their ratio of partial pressures) significantly affects stationary and oscillating combustion modes.

**Keywords:** mathematical model, burning a mixture of hydrocarbons, parametric analysis, plurality of stationary states, self-exciting oscillation.